

| | | |
|-----------------|--------------|-------|
| Cognome | Nome | Firma |
| Corso di Laurea | N. Matricola | |

Calcolo Numerico

Scritto d'esame

24 giugno 2005

1. Se la soluzione esatta di un modello matematico è 20 e la soluzione ottenuta mediante un procedimento numerico è 15, allora l'errore assoluto è dato da

e l'errore relativo è dato da

2. Si consideri la funzione $f(x) = x^2 - 3$ nell'intervallo $[0, 2]$. Indicare i primi tre intervalli che si ottengono applicando il metodo di bisezione per il calcolo degli zeri di f .

3. Si consideri la funzione $g(x) = x^2$. Dire a quale soluzione si perviene applicando un passo del metodo di Newton alla funzione g con dato iniziale $x_0 = 1$

4. Considerati i tre nodi $x_0 = -1/2$, $x_1 = 0$ e $x_2 = 1/2$, scrivere l'espressione del polinomio di Lagrange di grado due che interpola la funzione $h(x) = \cos(\pi x)$ nei tre nodi.

5. I quattro nodi di Chebyshev ($n = 3$) relativi all'intervallo $[-2, 2]$ sono:

6. L'integrale

$$\int_2^4 \frac{1}{1+x} dx$$

approssimato con la formula dei trapezi (semplice) vale

7. Si calcoli lo stesso integrale dell'esercizio precedente con la formula di Cavalieri-Simpson

| | |
|---------|------|
| Cognome | Nome |
|---------|------|

8. Si calcoli la decomposizione LU della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 6 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \quad U = \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}$$

9. Si scriva il vettore x_1 che si ottiene applicando un passo del metodo Jacobi alla matrice A dell'esercizio precedente con dato iniziale $x_0 = (1, 0, 3)^T$ e termine noto $b = (0, 1, 2)^T$

10. Si applichi il metodo di Eulero esplicito per calcolare la soluzione dell'equazione differenziale

$$y'(t) = (t + 3)y(t), \quad y(0) = 2$$

nel punto $t = 1$ con $h = 1/2$
