

Teorema 5.12 *Nel metodo del gradiente coniugato, scegliendo $p_0 = r_0 = b - Ax_0$, sono verificate le seguenti proprietà per $k \geq 1$ e nell'ipotesi che $r_i \neq 0$ per $0 \leq i \leq k$.*

$$(r_k, p_i) = 0, \quad \text{per } i \leq k - 1 \quad (5.46)$$

$$(p_k, Ap_i) = (Ap_k, p_i) = 0, \quad \text{per } i \leq k - 1 \quad (5.47)$$

$$(r_k, r_i) = 0, \quad \text{per } i \leq k - 1 \quad (5.48)$$

$$\text{span}(r_0, r_1, \dots, r_k) = \text{span}(r_0, Ar_0, \dots, A^k r_0) \quad (5.49)$$

$$\text{span}(p_0, p_1, \dots, p_k) = \text{span}(r_0, Ar_0, \dots, A^k r_0) \quad (5.50)$$