

# Analisi Numerica

## Istruzioni per l'esame

### Modalità dell'esame

L'esame consiste in un colloquio orale. Lo studente deve presentare prima del colloquio una breve relazione su un argomento svolto in laboratorio (Matlab).

È richiesta la conoscenza degli enunciati principali di tutti gli argomenti presenti nel programma. Lo studente sceglie inoltre **almeno dieci argomenti** per i quali approfondisce maggiormente tutti i dettagli (**dimostrazioni**). L'esame valuterà in particolare la capacità dello studente nel classificare i problemi e nell'individuare gli algoritmi numerici idonei alla loro risoluzione.

### Programma del corso

**1. Analisi degli errori.** Sistema dei numeri floating point. Aritmetica in virgola mobile. Propagazione degli errori. Condizionamento di un problema.

**2. Metodi diretti per la risoluzione dei sistemi lineari.** Metodo di eliminazione di Gauss. Fattorizzazione LU. Strategie di pivoting, stabilità della fattorizzazione LU. Fattorizzazione di Choleski. Matrici a banda, a blocchi e sparse. Il numero di condizionamento. Analisi a priori in avanti e all'indietro.

**3. Metodi iterativi per la risoluzione dei sistemi lineari.** Metodo di Jacobi. Metodo di Gauss-Seidel. Metodi JOR e SOR. Analisi dei metodi di Jacobi e SOR. Velocità media di convergenza. Velocità asintotica di convergenza. Matrici a blocchi. Metodo di Richardson. Analisi del metodo di Richardson stazionario. Test di arresto per metodi iterativi. Metodo del gradiente (steepest descent). Metodo del gradiente coniugato. Metodo del gradiente coniugato preconditionato.

**4. Approssimazione di funzioni e di dati.** Interpolazione di Lagrange. Metodo di Newton e differenze divise. Interpolazione astratta: unisolvenza. Interpolazione lineare a tratti (stima  $L^2$  e  $H^1$ ). Cenni all'interpolazione in due e tre dimensioni. Spline del terzo ordine. Il problema generale dell'interpolazione lineare. Il metodo QR (matrici di Householder). Minimi quadrati lineari. Polinomi ortogonali (Legendre, Chebyshev). Miglior approssimazione.

**5. Equazioni non lineari e ottimizzazione.** Metodo di bisezione. Metodo Regula Falsi. Metodo di Newton. Analisi e test di arresto per il metodo di Newton. Metodo delle corde. Metodo delle secanti. Radici di polinomi (deflazione). Iterazioni di punto fisso.

**6. Integrazione numerica.** Formula del punto medio. Formula dei trapezi. Formule di Newton-Cotes. Formule composite. Formule di Gauss. Formula di Simpson adattiva.

**7. Approssimazione di equazioni differenziali.** Metodo di Eulero esplicito. Analisi del metodo di Eulero esplicito. Adattività e propagazione degli errori per il metodo di Eulero esplicito. Metodi Runge–Kutta. Assoluta stabilità (Eulero esplicito, Eulero implicito,  $\vartheta$ -metodo). Analisi dei metodi a un passo (consistenza e 0-stabilità). Metodi multistep lineari. Metodi di Adams. Metodi predictor-corrector. Metodi BDF. Consistenza dei metodi multistep. Condizione delle radici e 0-stabilità. Assoluta stabilità per i metodi multistep.

Totale argomenti con dimostrazioni: **almeno dieci** a scelta dello studente.