Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2007/2008

Analisi Numerica
Istruzioni per l'esame

Modalità dell'esame

L'esame consiste in un colloquio orale. Lo studente deve presentare prima del colloquio una breve relazione su un argomento svolto in laboratorio (Matlab).

È richiesta la conoscenza degli enunciati principali di tutti gli argomenti presenti nel programma. Lo studente sceglie inoltre **almeno dieci argomenti** per i quali approfondisce maggiormente tutti i dettagli (**dimostrazioni**). L'esame valuterà in particolare la capacità dello studente nel classificare i problemi e nell'individuare gli algoritmi numerici idonei alla loro risoluzione.

Programma del corso

1. Analisi degli errori. Sistema dei numeri floating point. Aritmetica in virgola mobile. Propagazione degli errori. Condizionamento di un problema.

2. Metodi diretti per la risoluzione dei sistemi lineari. Sistemi triangolari. Metodo di eliminazione di Gauss. Fattorizzazione LU. Strategie di pivoting, stabilità della fattorizzazione LU. Fattorizzazione di Choleski. Matrici a banda, a blocchi e sparse. Il numero di condizionamento. Analisi a priori in avanti e all'indietro. Matrici rettangolari. Fattorizzazione QR.

3. Metodi iterativi per la risoluzione dei sistemi lineari. Metodo di Jacobi. Metodo di Gauss-Seidel. Metodi JOR e SOR. Analisi dei metodi di Jacobi e SOR. Matrici a blocchi. Metodi di tipo Richardson. Analisi del metodo di Richardson stazionario. Test di arresto per metodi iterativi. Metodo del gradiente (steepest descent). Metodo del gradiente coniugato. Metodo del gradiente coniugato precondizionato. Precondizionatori.

4. Calcolo di autovalori e autovettori. Metodo delle potenze. Metodo delle potenze inverse. Tecnica di shift. Teorema di Gershgorin. Metodi di similitudine. Il metodo QR.

5. Approssimazione di funzioni e di dati. Interpolazione di Lagrange. Metodo di Newton e differenze divise. Analisi dell'errore nell'intepolazione polinomiale. Fenomeno di Runge. Interpolazione lineare a tratti. Interpolazione polinomiale a tratti. Spline del terz'ordine. Interpolazione astratta: unisolvenza. Il problema generale dell'approssimazione lineare. Minimi quadrati lineari. Polinomi ortogonali (Legendre, Chebyshev). Miglior approssimazione.

6. Equazioni non lineari e ottimizzazione. Metodo di bisezione. Metodo Regula Falsi. Metodo di Newton. Analisi e test di arresto per il metodo di Newton. Metodo delle corde. Metodo delle secanti. Iterazioni di punto fisso. Il metodo di Newton come iterazione di punto fisso: radici multiple. Radici di polinomi (deflazione, Ruffini-Horner, divisione sintetica).

7. Integrazione numerica. Formule di Newton-Cotes. Stima dell'errore nelle formule di Newton-Cotes. Formule composite. Formule di Gauss. Formula di Cavalieri–Simpson adattiva.

8. Approssimazione di equazioni differenziali. Metodo di Eulero esplicito. Analisi del metodo di Eulero esplicito. Adattività e propagazione degli errori per il metodo di Eulero esplicito. Eulero implicito, ϑ-metodo, Crank-Nicolson. Analisi dei metodi a un passo (consistenza e 0-stabilità). Metodo di Heun e di Eulero modificato. Metodi Runge–Kutta. Controllo del passo. Assoluta stabilità (Eulero esplicito, Eulero implicito, ϑ-metodo). Metodi multistep lineari. Metodi di Adams. Metodi predictor-corrector. Metodi BDF. Consistenza dei metodi multistep. Condizione delle radici e 0-stabilità.

Totale argomenti con dimostrazioni: **almeno dieci** a scelta dello studente.