

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2008/2009

## **Analisi Numerica**

### **Istruzioni per l'esame**

#### **Modalità dell'esame**

L'esame consiste in un colloquio orale. Lo studente deve presentare prima del colloquio una breve relazione su un argomento svolto in laboratorio (Matlab).

È richiesta la conoscenza degli enunciati principali di tutti gli argomenti presenti nel programma. Lo studente sceglie inoltre **almeno dieci argomenti** per i quali approfondisce maggiormente tutti i dettagli (**dimostrazioni**). L'esame valuterà in particolare la capacità dello studente nel classificare i problemi e nell'individuare gli algoritmi numerici idonei alla loro risoluzione.

#### **Programma del corso**

**1. Analisi degli errori.** Classificazione dei problemi computazionali. Sistema dei numeri floating point. Aritmetica in virgola mobile. Propagazione degli errori. Condizionamento di un problema.

**2. Metodi diretti per la risoluzione dei sistemi lineari.** Sistemi triangolari. Metodo di eliminazione di Gauss. Fattorizzazione LU. Strategie di pivoting. Il numero di condizionamento. Analisi a priori in avanti e all'indietro. Stabilità della fattorizzazione LU. Altre fattorizzazioni, fattorizzazione di Choleski. Matrici a banda, a blocchi e sparse. Sistemi sovradeterminati; fattorizzazione QR; algoritmo di Gram-Schmidt e matrici di Householder.

**3. Metodi iterativi per la risoluzione dei sistemi lineari.** Metodi di splitting: metodo di Jacobi, metodo di Gauss-Seidel. Metodi JOR e SOR. Matrice di iterazione e raggio spettrale. Metodi di tipo Richardson; analisi del metodo di Richardson stazionario. Metodo del gradiente (steepest descent). Metodo del gradiente coniugato; metodo del gradiente coniugato preconditionato. Precondizionatori.

**4. Calcolo di autovalori e autovettori.** Metodo delle potenze. Metodo delle potenze inverse. Tecnica di shift. Metodi di similitudine; il metodo QR.

**5. Approssimazione di funzioni e di dati.** Interpolazione di Lagrange. Metodo di Newton e differenze divise. Analisi dell'errore nell'interpolazione polinomiale; fenomeno di

Runge. Interpolazione astratta: unisolvenza. Spline: lineari e del terz'ordine. Interpolazione polinomiale a tratti in più dimensioni. Il problema generale dell'approssimazione lineare. Minimi quadrati lineari. Polinomi ortogonali (Legendre, Chebyshev). Miglior approssimazione.

**6. Equazioni non lineari e ottimizzazione.** Metodo di bisezione. Metodo Regula Falsi. Metodo di Newton. Analisi e test di arresto per il metodo di Newton. Metodo delle corde. Metodo delle secanti. Iterazioni di punto fisso. Il metodo di Newton come iterazione di punto fisso: radici multiple. Interpolazione inversa. Radici di polinomi (deflazione, Ruffini-Horner, divisione sintetica).

**7. Integrazione numerica.** Formule di Newton-Cotes. Stima dell'errore nelle formule di Newton-Cotes. Formule composite. Formule di Gauss. Formula di Cavalieri-Simpson adattiva.

**8. Approssimazione di equazioni differenziali.** Metodo di Eulero esplicito. Analisi del metodo di Eulero esplicito. Adattività e propagazione degli errori per il metodo di Eulero esplicito. Metodi Runge-Kutta, Runge-Kutta-Fehlberg. Eulero implicito,  $\vartheta$ -metodo, Crank-Nicolson. Analisi dei metodi a un passo (consistenza e 0-stabilità). Assoluta stabilità (Eulero esplicito, Eulero implicito,  $\vartheta$ -metodo). Tecniche di risoluzione per metodi impliciti. Metodi multistep lineari. Metodi BDF. Metodi di Adams. Metodi predictor-corrector. Consistenza dei metodi multistep. Condizione delle radici e 0-stabilità. Assoluta stabilità.

Totale argomenti con dimostrazioni: **almeno dieci** a scelta dello studente.