

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2011/2012

Analisi Numerica **Istruzioni per l'esame**

Modalità dell'esame

L'esame consiste in una prova scritta e in un colloquio orale. Le preparazioni per lo scritto e l'orale sono complementari, per cui lo scritto e l'orale devono essere superati nello stesso appello. Lo studente deve presentare prima del colloquio una breve relazione su un argomento svolto in laboratorio (Matlab).

È richiesta la conoscenza degli enunciati principali di tutti gli argomenti presenti nel programma. Lo studente sceglie inoltre **almeno dieci argomenti** per i quali approfondisce maggiormente tutti i dettagli (**dimostrazioni**). L'esame valuterà in particolare la capacità dello studente nel classificare i problemi e nell'individuare gli algoritmi numerici idonei alla loro risoluzione.

Programma del corso

1. Analisi degli errori. Classificazione dei problemi computazionali. Sistema dei numeri floating point. Aritmetica in virgola mobile. Propagazione degli errori. Condizionamento di un problema.

2. Metodi diretti per la risoluzione dei sistemi lineari. Sistemi triangolari. Metodo di eliminazione di Gauss. Fattorizzazione LU. Strategie di pivoting. Matrici a banda, a blocchi e sparse. Il numero di condizionamento. Analisi a priori in avanti e all'indietro. Stabilità della fattorizzazione LU. Fattorizzazione di Choleski. Sistemi sovradeterminati; fattorizzazione QR; algoritmo di Gram-Schmidt modificato e matrici di Householder.

3. Metodi iterativi per la risoluzione dei sistemi lineari. Metodi di splitting: metodo di Jacobi, metodo di Gauss-Seidel. Matrice di iterazione e raggio spettrale. Metodi JOR e SOR. Studio delle convergenza e criteri di arresto. Metodi di tipo Richardson; analisi del metodo di Richardson stazionario. Metodo del gradiente (steepest descent). Metodo del gradiente coniugato; metodo del gradiente coniugato preconditionato. Precondizionatori.

4. Calcolo di autovalori e autovettori. Condizionamento dei problemi agli autovalori e localizzazione degli autovalori. Metodo delle potenze. Metodo delle potenze inverse. Tecnica di shift. Deflazione. Cenni sui metodi di similitudine; il metodo QR.

5. Approssimazione di funzioni e di dati. Interpolazione di Lagrange. Analisi dell'errore nell'interpolazione polinomiale. Fenomeno di Runge e nodi di Chebyshev. Metodo di Newton e differenze divise. Interpolazione astratta: unisolvenza. Spline: lineari e del terzo ordine. Il problema generale dell'approssimazione lineare. Minimi quadrati lineari. Polinomi ortogonali (Legendre, Chebyshev). Miglior approssimazione. Costante di Lebesgue e stabilità dell'interpolazione polinomiale.

6. Equazioni non lineari e ottimizzazione. Metodo di bisezione. Metodo di Newton. Analisi del metodo di Newton. Iterazioni di punto fisso. Convergenza del metodo di punto fisso e propagazione degli errori. Il metodo di Newton come iterazione di punto fisso: radici multiple.

7. Integrazione numerica. Formula del punto medio semplice e composta: grado di precisione e calcolo dell'errore. Formule di Newton-Cotes (trapezi e Cavalieri-Simpson). Stima dell'errore nelle formule di Newton-Cotes. Formule composite. Formule di Gauss, teorema di Jacobi. Formula di Cavalieri-Simpson adattiva.

8. Introduzione all'approssimazione di equazioni differenziali. Metodo di Eulero esplicito. Analisi del metodo di Eulero esplicito (consistenza e 0-stabilità). Adattività per il metodo di Eulero esplicito. Propagazione degli errori per il metodo di Eulero esplicito. Assoluta stabilità. ϑ -metodo (Eulero implicito e Crank-Nicolson).

Totale argomenti con dimostrazioni: **almeno dieci** a scelta dello studente.