Cognome	Nome	Pin

Corso di Laurea	N. Matricola

Calcolo Numerico
Seconda prova in itinere

9 giugno 2004

---

1. Si calcoli l'approssimazione dell'integrale

$$\int_0^1 x^2\,dx$$

ottenuta con la formula del punto medio (semplice).

---

2. Si calcoli la decomposizione LU della matrice

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$L =$ $U =$

Quale proprietà della matrice garantisce la risolubilità del problema?

---

3. I due nodi di Gauss relativi all'intervallo $[-1, 2]$ sono:

$x_1 = \boxed{}$ $\quad x_2 = \boxed{}$

---

4. Calcolare il vettore $x^{(1)}$ che si ottiene dopo l'applicazione di un passo del metodo di Jacobi per risolvere il sistema lineare

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

con scelta del vettore iniziale

$$x^{(0)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$x_1^{(1)} = \boxed{}$ $\quad x_2^{(1)} = \boxed{}$

---

5. Si consideri l'equazione differenziale

$$y'(t) = ty(t), \quad y(0) = 1.$$

Approssimare la soluzione nell'intervallo $[0, 2]$ con il metodo di Eulero esplicito e $h = 1/2$.

$y(0) \simeq \boxed{}$ $\quad y(1/2) \simeq \boxed{}$ $\quad y(1) \simeq \boxed{}$ $\quad y(3/2) \simeq \boxed{}$ $\quad y(2) \simeq \boxed{}$

---

6. Si calcoli la soluzione dell'equazione del punto precedente nel punto $t = 1$ con il metodo di Crank–Nicolson e $h = 1$.

$\boxed{}$

Nome	Cognome

Esercizio facoltativo

7. Nell'intervallo $[-1,1]$ si consideri la formula di quadratura

$$\tilde{I}(f) = (2/3)\big(2f(-1/2) - f(0) + 2f(1/2)\big).$$

Verificare che la formula data è esatta per i polinomi di grado tre. Presentare la traccia di un programma matlab che la implementi.