CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	23 gennaio 2014
Cognome e Nome:	Matricola:
Corso di Laurea:	Anno di corso:

Rispondere *correttamente e completamente* ad almeno 4 richieste:

1. Sia $L\colon V \to W$ un'applicazione *lineare* tra due spazi vettoriali reali. Come si definisce il nucleo $\operatorname{Ker} L$ dell'applicazione?

---

2. Siano V uno spazio vettoriale reale e $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{v}_1, \dots, \boldsymbol{v}_n\}$ una base di V. Che cosa sono le coordinate di un vettore $\boldsymbol{v} \in V$ rispetto alla base $\mathcal{B}$?

---

3. Considerare la lista di vettori $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$.

   Segnare quali fra le seguenti liste completano S a una base di $\mathbb{R}^3$:

   (a) $\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯

   (b) $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯

   (c) $\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯

   (d) $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$. sì ◯ no ◯

---

4. Segnare quali fra le seguenti equazioni rappresentano una retta nello spazio:

(a) $\begin{cases} x - y = 2 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

(b) $\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

(c) $\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3x - 3y + 3z = 1 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

(d) $\begin{cases} x = 2 \\ z = 1 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

---

5. Siano A una matrice quadrata reale di ordine 3 e $p_A(t) = -t^3 + 2t^2 - t$ il suo polinomio caratteristico. Segnare quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

   (a) $t = -1$ è autovalore di A con molteplicità $\mu = 2$; sì ◯ no ◯
   (b) $t = 1$ è autovalore di A con molteplicità $\mu = 2$; sì ◯ no ◯
   (c) $t = 0$ è autovalore semplice di A; sì ◯ no ◯
   (d) non è possibile trovare gli autovalori di A. sì ◯ no ◯

---

6. Siano $A \in \mathsf{M}_{\mathbb{R}}(n)$ una matrice quadrata reale di ordine 3 e $p_A(t)$ il suo polinomio caratteristico. Segnare quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

   (a) il grado del polinomio $p(t)$ può essere inferiore a 3 sì ◯ no ◯
   (b) se $p_A(t)$ ammette la radice $t = 0$ allora $\det A = 0$; sì ◯ no ◯
   (c) il termine noto del polinomio non è mai nullo; sì ◯ no ◯
   (d) il grado del polinomio $p(t)$ è sempre 3. sì ◯ no ◯

---

7. Si consideri la base ortogonale di $\mathbb{R}^3$ formata dai vettori

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

   Trovare le coordinate del vettore $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ rispetto a tale base.

---

8. Sia A una matrice simmetrica 2×2. Supponendo che gli autovalori di A siano 5 e -3, e che $V_5 = \{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid x + 2y = 0\}$, determinare l'equazione cartesiana di V_{-3}.

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	**23 gennaio 2014**
Cognome e Nome:	**Matricola:**
Corso di Laurea:	**Anno di corso:**

Rispondere *correttamente e completamente* ad almeno 4 richieste:

1. Sia $L\colon V \to W$ un'applicazione *lineare* tra due spazi vettoriali reali. Come si definisce l'immagine $\operatorname{Im} L$ dell'applicazione?

---

2. Siano V uno spazio vettoriale reale e $U \subset V$ un suo sottoinsieme. Che cosa significa che U è un sottospazio di V?

---

3. Considerare la lista di vettori $S = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$.

   Segnare quali fra le seguenti liste unite a S formano un sistema di generatori di $\mathbb{R}^3$:

   (a) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯

   (b) $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯

   (c) $\left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯

   (d) $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$. sì ◯ no ◯

---

4. Segnare quali fra le seguenti equazioni rappresentano un piano nello spazio:

   (a) $\begin{cases} x - y = 2 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

   (b) $\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

   (c) $\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3x - 3y + 3z = 6 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

   (d) $\begin{cases} z = 2 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

---

5. Siano $A \in \mathsf{M}_{\mathbb{R}}(n)$ una matrice quadrata reale di ordine 4 e $p_A(t)$ il suo polinomio caratteristico. Segnare quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

   (a) il grado del polinomio $p(t)$ è sempre 4; sì ◯ no ◯

   (b) il grado del polinomio $p(t)$ può essere inferiore a 4 sì ◯ no ◯

   (c) il termine noto del polinomio è sempre nullo; sì ◯ no ◯

   (d) se $p_A(t)$ *non* ammette la radice $t = 0$ allora $\det A \neq 0$. sì ◯ no ◯

---

6. Siano A una matrice quadrata reale di ordine 3 e $p_A(t) = -t^3 - 4t^2 - 4t$ il suo polinomio caratteristico. Segnare quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

   (a) non è possibile trovare gli autovalori di A. sì ◯ no ◯

   (b) $t = 0$ è autovalore semplice di A; sì ◯ no ◯

   (c) $t = -2$ è autovalore di A con molteplicità $\mu = 2$; sì ◯ no ◯

   (d) $t = -2$ è autovalore di A con molteplicità $\mu = 3$; sì ◯ no ◯

---

7. Si consideri la base ortogonale di $\mathbb{R}^3$ formata dai vettori

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

   Si calcolino le coordinate del vettore $X = \begin{pmatrix} 7 \\ 13 \\ -5 \end{pmatrix}$ rispetto a tale base.

---

8. Sia A una matrice simmetrica 2×2. Supponendo che gli autovalori di A siano 4 e -1, e che $V_4 = \{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid 3x - 2y = 0\}$, determinare l'equazione cartesiana di V_{-1}.

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	**23 gennaio 2014**
Cognome e Nome:	**Matricola:**
Corso di Laurea:	**Anno di corso:**

Rispondere *correttamente e completamente* ad almeno 4 richieste:

1. Considerare la lista di vettori
$$S = \left\{ \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\0\\3\end{pmatrix} \right\}.$$
Segnare quali fra i seguenti vettori si possono *scartare* per ottenere una base di $\mathbb{R}^3$:
   (a) $\left\{ \begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯
   (b) $\left\{ \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯
   (c) $\left\{ \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\0\\3\end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯
   (d) $\left\{ \begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\0\\3\end{pmatrix} \right\}$. sì ◯ no ◯

---

2. Sia $U \subset \mathbb{R}^4$ un sottospazio vettoriale di dimensione 3. Segnare quali fra le seguenti equazioni possono rappresentare U.
   (a) $\left\{ x - y = 0 \right.$ sì ◯ no ◯
   (b) $\left\{ x - y + z - t = 2 \right.$ sì ◯ no ◯
   (c) $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + 2t = 0 \end{cases}$ sì ◯ no ◯
   (d) $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - 2z + t = 0 \\ y + z - t = 0 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

---

3. Siano V uno spazio vettoriale reale e $\{\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2\}$ vettori di V. Come si definisce il sottospazio $\mathrm{Span}(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2)$?

4. Sia $L\colon V \to W$ un'applicazione tra due spazi vettoriali reali. Che cosa significa che L è un'applicazione lineare?

---

5. Siano A una matrice quadrata reale di ordine 4 e $p_A(t) = t^4 + 2t^3 + t^2$ il suo polinomio caratteristico. Segnare quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

   (a) non è possibile trovare gli autovalori di A. sì ◯ no ◯

   (b) $t = -1$ è autovalore di A con molteplicità $\mu = 2$; sì ◯ no ◯

   (c) $t = 1$ è autovalore di A con molteplicità $\mu = 2$; sì ◯ no ◯

   (d) $t = 0$ è autovalore semplice di A; sì ◯ no ◯

---

6. Siano $A \in \mathsf{M}_{\mathbb{R}}(n)$ una matrice quadrata reale di ordine 3 e $p_A(t)$ il suo polinomio caratteristico. Segnare quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

   (a) il grado del polinomio $p(t)$ è sempre almeno 4; sì ◯ no ◯

   (b) il grado del polinomio $p(t)$ non può essere superiore a 3 sì ◯ no ◯

   (c) se il termine noto del polinomio è nullo, allora $\det A = 0$.; sì ◯ no ◯

   (d) se $p_A(t)$ *non* ha autovalore $t = 0$ allora $\det A = 0$. sì ◯ no ◯

---

7. Sia A una matrice simmetrica 2×2. Supponendo che gli autovalori di A siano -2 e 7, e che $V_7 = \{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid x + 7y = 0\}$, determinare una base di V_{-2}.

---

8. Si consideri la base ortogonale di $\mathbb{R}^3$ formata dai vettori

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

Si calcolino le coordinate del vettore $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ -7 \end{pmatrix}$ rispetto a tale base.

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	23 gennaio 2014
Cognome e Nome:	Matricola:
Corso di Laurea:	Anno di corso:

Rispondere *correttamente e completamente* ad almeno 4 richieste:

1. Siano V uno spazio vettoriale reale e $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{v}_1, \dots, \boldsymbol{v}_n\}$ una base di V. Che cosa sono le coordinate di un vettore $\boldsymbol{v} \in V$ rispetto alla base $\mathcal{B}$?

---

2. Sia $L\colon V \to W$ un'applicazione *lineare* tra due spazi vettoriali reali. Come si definisce il nucleo $\operatorname{Ker} L$ dell'applicazione?

---

3. Considerare la lista di vettori $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$.

   Segnare quali fra le seguenti liste completano S a una base di $\mathbb{R}^3$:

   (a) $\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯

   (b) $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯

   (c) $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯

   (d) $\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$. sì ◯ no ◯

---

4. Segnare se quali fra le seguenti equazioni rappresentano una retta nello spazio:

(a) $\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

(b) $\begin{cases} x + y = 1 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

(c) $\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3x - 3y + 3z = 6 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

(d) $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

---

5. Siano $A \in \mathsf{M}_{\mathbb{R}}(n)$ una matrice quadrata reale di ordine 3 e $p_A(t)$ il suo polinomio caratteristico. Segnare quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

   (a) il termine noto del polinomio non è mai nullo; sì ◯ no ◯
   (b) se $p_A(t)$ ammette la radice $t = 0$ allora $\det A = 0$; sì ◯ no ◯
   (c) il grado del polinomio $p(t)$ può essere inferiore a 3 sì ◯ no ◯
   (d) il grado del polinomio $p(t)$ è sempre 3. sì ◯ no ◯

---

6. Siano A una matrice quadrata reale di ordine 3 e $p_A(t) = -t^3 - 2t^2 - t$ il suo polinomio caratteristico. Segnare quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

   (a) $t = 0$ è autovalore semplice di A; sì ◯ no ◯
   (b) $t = -1$ è autovalore di A con molteplicità $\mu = 2$; sì ◯ no ◯
   (c) $t = 1$ è autovalore di A con molteplicità $\mu = 2$; sì ◯ no ◯
   (d) non è possibile trovare gli autovalori di A. sì ◯ no ◯

---

7. Si consideri la base ortogonale di $\mathbb{R}^3$ formata dai vettori

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

   Trovare le coordinate del vettore $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ rispetto a tale base.

---

8. Sia A una matrice simmetrica 2×2. Supponendo che gli autovalori di A siano 4 e -1, e che $V_4 = \{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid x - 3y = 0\}$, determinare l'equazione cartesiana di V_{-1}.

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	23 gennaio 2014
Cognome e Nome:	**Matricola:**
Corso di Laurea:	**Anno di corso:**

Rispondere *correttamente e completamente* ad almeno 4 richieste:

1. Segnare fra le seguenti equazioni quali rappresentano un piano nello spazio:

   (a) $\begin{cases} y = -2 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

   (b) $\begin{cases} x + 2y = 1 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

   (c) $\begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

   (d) $\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x - 2y + 2z = 3 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

---

2. Considerare la lista di vettori $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$.

   Segnare quali fra le seguenti liste unite a S formano un sistema di generatori di $\mathbb{R}^3$:

   (a) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯

   (b) $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯

   (c) $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯

   (d) $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$. sì ◯ no ◯

---

3. Sia $L\colon V \to W$ un'applicazione *lineare* tra due spazi vettoriali reali. Come si definisce l'immagine $\operatorname{Im} L$ dell'applicazione?

---

4. Siano V uno spazio vettoriale reale e $U \subset V$ un suo sottoinsieme. Che cosa significa che U è un sottospazio di V?

---

5. Siano A una matrice quadrata reale di ordine 3 e $p_A(t) = -t^3 + 4t^2 - 4t$ il suo polinomio caratteristico. Segnare quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

   (a) non è possibile trovare gli autovalori di A. sì ◯ no ◯

   (b) $t = 2$ è autovalore di A con molteplicità $\mu = 2$; sì ◯ no ◯

   (c) $t = 2$ è autovalore di A con molteplicità $\mu = 3$; sì ◯ no ◯

   (d) $t = 0$ è autovalore doppio di A; sì ◯ no ◯

---

6. Si consideri la base ortogonale di $\mathbb{R}^3$ formata dai vettori

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

   Si calcolino le coordinate del vettore $X = \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \\ 3 \end{pmatrix}$ rispetto a tale base.

---

7. Siano $A \in \mathsf{M}_{\mathbb{R}}(n)$ una matrice quadrata reale di ordine 4 e $p_A(t)$ il suo polinomio caratteristico. Segnare quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

   (a) se il termine noto del polinomio è nullo, $p_A(t)$ ammette la radice $t = 0$; sì ◯ no ◯

   (b) se $p_A(t)$ *non* ammette la radice $t = 0$, allora $\det A = 0$. sì ◯ no ◯

   (c) il grado del polinomio $p(t)$ è sempre inferiore a 4; sì ◯ no ◯

   (d) il grado del polinomio $p(t)$ non può essere superiore a 4 sì ◯ no ◯

---

8. Sia A una matrice simmetrica 2×2. Supponendo che gli autovalori di A siano 3 e -2, e che $V_{-2} = \{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid 2x - 5y = 0\}$, determinare l'equazione cartesiana di V_3.

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	**23 gennaio 2014**
Cognome e Nome:	**Matricola:**
Corso di Laurea:	**Anno di corso:**

Rispondere *correttamente e completamente* ad almeno 4 richieste:

1. Considerare la lista di vettori
$$S = \left\{ \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\\3\end{pmatrix} \right\}.$$
Dire se scartando i seguenti vettori si ottiene una base di $\mathbb{R}^3$:
   (a) $\left\{ \begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\\3\end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯
   (b) $\left\{ \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\\3\end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯
   (c) $\left\{ \begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} \right\}$; sì ◯ no ◯
   (d) $\left\{ \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} \right\}$. sì ◯ no ◯

---

2. Sia $U \subset \mathbb{R}^4$ un sottospazio vettoriale di dimensione 3. Segnare quali fra le seguenti equazioni possono rappresentare U.
   (a) $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + 3z = 0 \end{cases}$ sì ◯ no ◯
   (b) $\begin{cases} x - 3y + t = 0 \end{cases}$ sì ◯ no ◯
   (c) $\begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ x + 2z - t = 0 \\ 2x + y - t = 0 \end{cases}$ sì ◯ no ◯
   (d) $\begin{cases} x - 2y + z - 2t = 2 \end{cases}$ sì ◯ no ◯

---

3. Siano V uno spazio vettoriale reale e $\{\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2\}$ vettori di V. Come si definisce il sottospazio $\mathrm{Span}(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2)$?

4. Sia $L\colon V \to W$ un'applicazione tra due spazi vettoriali reali. Che cosa significa che L è un'applicazione lineare?

5. Siano A una matrice quadrata reale di ordine 4 e $p_A(t) = t^4 - 2t^3 + t^2$ il suo polinomio caratteristico. Segnare quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

   (a) $t = -1$ è autovalore di A con molteplicità $\mu = 2$; sì ◯ no ◯

   (b) non è possibile trovare gli autovalori di A. sì ◯ no ◯

   (c) $t = 1$ è autovalore di A con molteplicità $\mu = 2$; sì ◯ no ◯

   (d) $t = 0$ è autovalore doppio di A; sì ◯ no ◯

6. Sia A una matrice simmetrica 2×2. Supponendo che gli autovalori di A siano -7 e 4, e che $V_4 = \{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid x + 5y = 0\}$, determinare una base di V_{-7}.

7. Si consideri la base ortogonale di $\mathbb{R}^3$ formata dai vettori

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

   Si calcolino le coordinate del vettore $X = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix}$ rispetto a tale base.

8. Siano $A \in \mathsf{M}_{\mathbb{R}}(n)$ una matrice quadrata reale di ordine 3 e $p_A(t)$ il suo polinomio caratteristico. Segnare quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

   (a) se $p_A(t)$ ha autovalore $t = 0$ allora $\det A = 0$. sì ◯ no ◯

   (b) il grado del polinomio $p(t)$ non può essere superiore a 2 sì ◯ no ◯

   (c) il grado del polinomio $p(t)$ è sempre 3; sì ◯ no ◯

   (d) se il termine noto del polinomio è nullo, allora $\det A \neq 0$.; sì ◯ no ◯