CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	23 gennaio 2014
Cognome e Nome:	**Matricola:**
Corso di Laurea:	**Anno di corso:**

1. Si considerino la matrice A ed il vettore B dipendenti dal parametro reale h:

$$A = \begin{pmatrix} h+1 & h-1 & 1 \\ 2h-1 & 1 & h-1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix}.$$

Sia $L\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare definita da A: $L(X) = AX$.

(a) Determinare al variare di h le dimensioni di $\operatorname{Ker} L$ e $\operatorname{Im} L$:

(b) Stabilire per quali valori di h l'applicazione L è suriettiva:

(c) Determinare per quali valori di h il sistema lineare $AX = B$ ammette soluzioni:

(d) Posto $h = -1$, risolvere il sistema lineare $AX = B$.

---

2. Si considerino i vettori $\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ e $\boldsymbol{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ di $\mathbb{R}^3$.

(a) Stabilire se $\boldsymbol{v}_3$ appartiene al sottospazio $\operatorname{Span}(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2)$:

(b) Trovare una base ortonormale $\{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2\}$ del sottospazio $\operatorname{Span}(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2)$:

(c) Completare la base trovata ad una base ortonormale $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2, \boldsymbol{w}_3\}$ di $\mathbb{R}^3$:

(d) Calcolare i coefficienti di Fourier del vettore $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\mathcal{B}$:

(e) Posti i vettori $\boldsymbol{w}_i$ sulle colonne di una matrice $A = (\boldsymbol{w}_1|\boldsymbol{w}_2|\boldsymbol{w}_3)$, calcolare l'inversa A^{-1}:

3. Si considerino le seguenti matrici quadrate di ordine 3:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

   (a) Stabilire se i seguenti vettori sono autovettori di A o di B ed in caso affermativo calcolare i relativi autovalori:
   $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$:

   (b) Scrivere i polinomi caratteristici di A e B, scomponendoli, se possibile, in fattori di primo grado:

   (c) Determinare gli autovalori di A e B e le relative molteplicità algebriche e geometriche:

   (d) Stabilire se le matrici A e B sono diagonalizzabili:

   (e) Stabilire se le matrici A e B sono simili:

---

4. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $\mathcal{R}(O, \hat{\boldsymbol{\imath}}, \hat{\boldsymbol{\jmath}}, \hat{\boldsymbol{k}})$, si considerino il piano π di equazione $x + 2y - z = 1$ ed il punto $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.
Determinare:

   (a) Le intersezioni del piano π con gli assi coordinati:

   (b) Le equazioni cartesiane della retta r passante per A perpendicolare al piano π:

   (c) L'equazione cartesiana del piano σ passante per A parallelo a π:

   (d) La distanza tra i piani π e σ:

   (e) La direzione della retta s intersezione di π con il piano x, y:

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	23 gennaio 2014
Cognome e Nome:	**Matricola:**
Corso di Laurea:	**Anno di corso:**

1. Si considerino la matrice A ed il vettore B dipendenti dal parametro reale h:

$$A = \begin{pmatrix} h-1 & -1 \\ 2h & h \\ h-1 & -1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ (1+h)^2 \end{pmatrix}.$$

Sia $L\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da A: $L(X) = AX$.

(a) Determinare al variare di h le dimensioni di $\operatorname{Ker} L$ e $\operatorname{Im} L$:

(b) Determinare per quali valori di h il sistema lineare $AX = B$ ammette soluzioni:

(c) Stabilire per quali valori di h il sistema $AX = B$ ammette un'unica soluzione:

(d) Posto $h = -2$, risolvere il sistema lineare $AX = B$.

---

2. Si considerino i vettori $\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\boldsymbol{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ di $\mathbb{R}^3$.

(a) Calcolare $\dim \operatorname{Span}(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3)$:

(b) Trovare una base ortonormale $\{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2\}$ del sottospazio $\operatorname{Span}(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2)$:

(c) Completare la base trovata ad una base ortonormale $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2, \boldsymbol{w}_3\}$ di $\mathbb{R}^3$:

(d) Calcolare i coefficienti di Fourier del vettore $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\mathcal{B}$:

(e) Posti i vettori $\boldsymbol{w}_i$ sulle colonne di una matrice $A = \big(\boldsymbol{w}_1 | \boldsymbol{w}_2 | \boldsymbol{w}_3\big)$, calcolare l'inversa A^{-1}:

---

3. Si considerino le seguenti matrici quadrate di ordine 3:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 7 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

(a) Stabilire se i seguenti vettori sono autovettori di A o di B ed in caso affermativo calcolare i relativi autovalori:
$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$:

(b) Scrivere i polinomi caratteristici di A e B, scomponendoli, se possibile, in fattori di primo grado:

(c) Determinare gli autovalori di A e B e le relative molteplicità algebriche e geometriche:

(d) Stabilire se le matrici A e B sono diagonalizzabili:

(e) Stabilire se le matrici A e B sono simili:

---

4. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $\mathcal{R}(O, \hat{\boldsymbol{\imath}}, \hat{\boldsymbol{\jmath}}, \hat{\boldsymbol{k}})$, si considerino la retta r di equazione $x + 2y = 3, x - z = 1$ ed il punto $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.
Determinare:

(a) Le intersezioni della retta r con i piani coordinati:

(b) L'equazione cartesiana del piano π passante per A perpendicolare alla retta r:

(c) L'equazione cartesiana del piano σ passante per O parallelo a π:

(d) La distanza tra i piani π e σ:

(e) La direzione della retta s intersezione di π con il piano x, y:

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	23 gennaio 2014
Cognome e Nome:	**Matricola:**
Corso di Laurea:	**Anno di corso:**

1. Si considerino la matrice A ed il vettore B dipendenti dal parametro reale h:

$$A = \begin{pmatrix} h & h-2 & 1 \\ 2h-3 & 1 & h-2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ h-1 \end{pmatrix}.$$

Sia $L\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare definita da A: $L(X) = AX$.

(a) Determinare al variare di h le dimensioni di $\operatorname{Ker} L$ e $\operatorname{Im} L$:

(b) Stabilire per quali valori di h l'applicazione L è suriettiva:

(c) Determinare per quali valori di h il sistema lineare $AX = B$ ammette soluzioni:

(d) Posto $h = 2$, risolvere il sistema lineare $AX = B$.

---

2. Si considerino i vettori $\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ e $\boldsymbol{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ di $\mathbb{R}^3$.

(a) Stabilire se $\boldsymbol{v}_3$ appartiene al sottospazio $\operatorname{Span}(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2)$:

(b) Trovare una base ortonormale $\{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2\}$ del sottospazio $\operatorname{Span}(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2)$:

(c) Completare la base trovata ad una base ortonormale $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2, \boldsymbol{w}_3\}$ di $\mathbb{R}^3$:

(d) Calcolare i coefficienti di Fourier del vettore $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\mathcal{B}$:

(e) Posti i vettori $\boldsymbol{w}_i$ sulle colonne di una matrice $A = \big(\boldsymbol{w}_1 | \boldsymbol{w}_2 | \boldsymbol{w}_3\big)$, calcolare l'inversa A^{-1}:

---

3. Si considerino le seguenti matrici quadrate di ordine 3:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 0 & 8 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 1 & 6 & 1 \\ 1 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

(a) Stabilire se i seguenti vettori sono autovettori di A o di B ed in caso affermativo calcolare i relativi autovalori:
$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$:

(b) Scrivere i polinomi caratteristici di A e B, scomponendoli, se possibile, in fattori di primo grado:

(c) Determinare gli autovalori di A e B e le relative molteplicità algebriche e geometriche:

(d) Stabilire se le matrici A e B sono diagonalizzabili:

(e) Stabilire se le matrici A e B sono simili:

---

4. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $\mathcal{R}(O, \hat{\boldsymbol{\imath}}, \hat{\boldsymbol{\jmath}}, \hat{\boldsymbol{k}})$, si considerino il piano π di equazione $2x + y - z = 3$ ed il punto $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$. Determinare:

(a) Le intersezioni del piano π con gli assi coordinati:

(b) Le equazioni cartesiane della retta r passante per A perpendicolare al piano π:

(c) L'equazione cartesiana del piano σ passante per A parallelo a π:

(d) La distanza tra i piani π e σ:

(e) La direzione della retta s intersezione di π con il piano y, z:

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	**23 gennaio 2014**
Cognome e Nome:	**Matricola:**
Corso di Laurea:	**Anno di corso:**

1. Si considerino la matrice A ed il vettore B dipendenti dal parametro reale h:

$$A = \begin{pmatrix} h-3 & -1 \\ 2h-4 & h-2 \\ h-3 & -1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2(h-1)^2 \end{pmatrix}.$$

Sia $L\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da A: $L(X) = AX$.

(a) Determinare al variare di h le dimensioni di $\operatorname{Ker} L$ e $\operatorname{Im} L$:

(b) Determinare per quali valori di h il sistema lineare $AX = B$ ammette soluzioni:

(c) Stabilire per quali valori di h il sistema $AX = B$ ammette un'unica soluzione:

(d) Posto $h = 0$, risolvere il sistema lineare $AX = B$.

---

2. Si considerino i vettori $\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\boldsymbol{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ di $\mathbb{R}^3$.

(a) Calcolare $\dim \operatorname{Span}(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3)$:

(b) Trovare una base ortonormale $\{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2\}$ del sottospazio $\operatorname{Span}(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2)$:

(c) Completare la base trovata ad una base ortonormale $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2, \boldsymbol{w}_3\}$ di $\mathbb{R}^3$:

(d) Calcolare i coefficienti di Fourier del vettore $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\mathcal{B}$:

(e) Posti i vettori $\boldsymbol{w}_i$ sulle colonne di una matrice $A = \big(\boldsymbol{w}_1 | \boldsymbol{w}_2 | \boldsymbol{w}_3\big)$, calcolare l'inversa A^{-1}:

3. Si considerino le seguenti matrici quadrate di ordine 3:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

   (a) Stabilire se i seguenti vettori sono autovettori di A o di B ed in caso affermativo calcolare i relativi autovalori:
   $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$:

   (b) Scrivere i polinomi caratteristici di A e B, scomponendoli, se possibile, in fattori di primo grado:

   (c) Determinare gli autovalori di A e B e le relative molteplicità algebriche e geometriche:

   (d) Stabilire se le matrici A e B sono diagonalizzabili:

   (e) Stabilire se le matrici A e B sono simili:

---

4. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $\mathcal{R}(O, \hat{\boldsymbol{\imath}}, \hat{\boldsymbol{\jmath}}, \hat{\boldsymbol{k}})$, si considerino la retta r di equazione $2x + y = 4, y - z = 2$ ed il punto $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.
Determinare:

   (a) Le intersezioni della retta r con i piani coordinati:

   (b) L'equazione cartesiana del piano π passante per A perpendicolare alla retta r:

   (c) L'equazione cartesiana del piano σ passante per O parallelo a π:

   (d) La distanza tra i piani π e σ:

   (e) La direzione della retta s intersezione di π con il piano x, y:

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	**23 gennaio 2014**
Cognome e Nome:	**Matricola:**
Corso di Laurea:	**Anno di corso:**

1. Si considerino la matrice A ed il vettore B dipendenti dal parametro reale h:

$$A = \begin{pmatrix} h+2 & h & 1 \\ 2h+1 & 1 & h \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ h+1 \end{pmatrix}.$$

Sia $L\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare definita da A: $L(X) = AX$.

(a) Determinare al variare di h le dimensioni di $\operatorname{Ker} L$ e $\operatorname{Im} L$:

(b) Stabilire per quali valori di h l'applicazione L è suriettiva:

(c) Determinare per quali valori di h il sistema lineare $AX = B$ ammette soluzioni:

(d) Posto $h = -1/2$, risolvere il sistema lineare $AX = B$.

---

2. Si considerino i vettori $\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ e $\boldsymbol{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ di $\mathbb{R}^3$.

(a) Stabilire se $\boldsymbol{v}_3$ appartiene al sottospazio $\operatorname{Span}(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2)$:

(b) Trovare una base ortonormale $\{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2\}$ del sottospazio $\operatorname{Span}(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2)$:

(c) Completare la base trovata ad una base ortonormale $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2, \boldsymbol{w}_3\}$ di $\mathbb{R}^3$:

(d) Calcolare i coefficienti di Fourier del vettore $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\mathcal{B}$:

(e) Posti i vettori $\boldsymbol{w}_i$ sulle colonne di una matrice $A = \big(\boldsymbol{w}_1 | \boldsymbol{w}_2 | \boldsymbol{w}_3\big)$, calcolare l'inversa A^{-1}:

3. Si considerino le seguenti matrici quadrate di ordine 3:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

(a) Stabilire se i seguenti vettori sono autovettori di A o di B ed in caso affermativo calcolare i relativi autovalori:
$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$:

(b) Scrivere i polinomi caratteristici di A e B, scomponendoli, se possibile, in fattori di primo grado:

(c) Determinare gli autovalori di A e B e le relative molteplicità algebriche e geometriche:

(d) Stabilire se le matrici A e B sono diagonalizzabili:

(e) Stabilire se le matrici A e B sono simili:

---

4. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $\mathcal{R}(O, \hat{\boldsymbol{\imath}}, \hat{\boldsymbol{\jmath}}, \hat{\boldsymbol{k}})$, si considerino il piano π di equazione $x - y + 2z = -4$ ed il punto $A = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.
Determinare:

(a) Le intersezioni del piano π con gli assi coordinati:

(b) Le equazioni cartesiane della retta r passante per A perpendicolare al piano π:

(c) L'equazione cartesiana del piano σ passante per A parallelo a π:

(d) La distanza tra i piani π e σ:

(e) La direzione della retta s intersezione di π con il piano x, z:

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	23 gennaio 2014
Cognome e Nome:	**Matricola:**
Corso di Laurea:	**Anno di corso:**

1. Si considerino la matrice A ed il vettore B dipendenti dal parametro reale h:

$$A = \begin{pmatrix} h & -1 \\ 2h+2 & h+1 \\ h & -1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3(h+2)^2 \end{pmatrix}.$$

Sia $L\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da A: $L(X) = AX$.

(a) Determinare al variare di h le dimensioni di $\operatorname{Ker} L$ e $\operatorname{Im} L$:

(b) Determinare per quali valori di h il sistema lineare $AX = B$ ammette soluzioni:

(c) Stabilire per quali valori di h il sistema $AX = B$ ammette un'unica soluzione:

(d) Posto $h = -3$, risolvere il sistema lineare $AX = B$.

---

2. Si considerino i vettori $\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ e $\boldsymbol{v}_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ di $\mathbb{R}^3$.

(a) Calcolare $\dim \operatorname{Span}(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3)$:

(b) Trovare una base ortonormale $\{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2\}$ del sottospazio $\operatorname{Span}(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2)$:

(c) Completare la base trovata ad una base ortonormale $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2, \boldsymbol{w}_3\}$ di $\mathbb{R}^3$:

(d) Calcolare i coefficienti di Fourier del vettore $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\mathcal{B}$:

(e) Posti i vettori $\boldsymbol{w}_i$ sulle colonne di una matrice $A = \big(\boldsymbol{w}_1 | \boldsymbol{w}_2 | \boldsymbol{w}_3\big)$, calcolare l'inversa A^{-1}:

3. Si considerino le seguenti matrici quadrate di ordine 3:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

(a) Stabilire se i seguenti vettori sono autovettori di A o di B ed in caso affermativo calcolare i relativi autovalori:
$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$:

(b) Scrivere i polinomi caratteristici di A e B, scomponendoli, se possibile, in fattori di primo grado:

(c) Determinare gli autovalori di A e B e le relative molteplicità algebriche e geometriche:

(d) Stabilire se le matrici A e B sono diagonalizzabili:

(e) Stabilire se le matrici A e B sono simili:

---

4. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $\mathcal{R}(O, \hat{\boldsymbol{\imath}}, \hat{\boldsymbol{\jmath}}, \hat{\boldsymbol{k}})$, si considerino la retta r di equazione $2x + z = 4, y - z = 2$ ed il punto $A = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$.
Determinare:

(a) Le intersezioni della retta r con i piani coordinati:

(b) L'equazione cartesiana del piano π passante per A perpendicolare alla retta r:

(c) L'equazione cartesiana del piano σ passante per O parallelo a π:

(d) La distanza tra i piani π e σ:

(e) La direzione della retta s intersezione di π con il piano x, z:
