

Geometria e Algebra Appello del 16 gennaio 2017

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda [openquestlinappA] Dare la **definizione** di funzione iniettiva *generale* (*non necessariamente lineare*); fornire, quindi, un esempio esplicito di funzione **lineare** $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ che **sia** iniettiva.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [openquestlinappB] Dare la **definizione** di funzione iniettiva *generale* (*non necessariamente lineare*); fornire, quindi, un esempio esplicito di funzione **lineare** $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ che **non sia** iniettiva.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [openquestlinappC] Dare la **definizione** di funzione suriettiva *generale* (*non necessariamente lineare*); fornire, quindi, un esempio esplicito di funzione **lineare** $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ che sia suriettiva.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [openquestlinappD] Dare la **definizione** di funzione suriettiva *generale* (*non necessariamente lineare*); fornire, quindi, un esempio esplicito di funzione **lineare** $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ che **non** sia suriettiva.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [opendefgenindipA] Dare la definizione di sistema di generatori di uno spazio vettoriale V e produrre un esempio di un sistema di generatori di \mathbb{R}^2 che **non** sia una base di \mathbb{R}^2 .

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [opendefgenindipB] Definire il sottospazio generato dai vettori v_1, \dots, v_n di uno spazio vettoriale V . Costruire tre vettori v_1, v_2, v_3 in \mathbb{R}^3 tali che $\text{Span}(v_1, v_2, v_3) = \text{Span}(v_1, v_2)$.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [opendefgenindipC] Dare la definizione di sistema di vettori linearmente indipendenti in uno spazio vettoriale V . Esibire un esempio di un sistema di vettori linearmente indipendenti in \mathbb{R}^3 che **non** sia una base di \mathbb{R}^3 .

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [opendefgenindipD] Dare la definizione di vettori linearmente indipendenti di uno spazio vettoriale V . Produrre un esempio di una lista vettori di \mathbb{R}^3 che siano linearmente indipendenti e generino \mathbb{R}^3 .

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [coordvectorthA] Data la base *ortogonale* di \mathbb{R}^3 $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$, le coordinate di $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ su \mathcal{B} sono:

- $\begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2/5 \\ 11/5 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2/\sqrt{5} \\ 11/\sqrt{5} \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 11 \\ -4 \end{pmatrix}$

Domanda [coordvectorthB] Data la base *ortogonale* di \mathbb{R}^3 $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$, le coordinate di $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ su \mathcal{B} sono:

$\begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ -2 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} 3 \\ 7/10 \\ -1/10 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} 3 \\ 7/\sqrt{10} \\ -1/\sqrt{10} \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda [coordvectorthC] Data la base *ortogonale* di \mathbb{R}^3 $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$, le coordinate di $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ su \mathcal{B} sono:

$\begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} -1/5 \\ -1 \\ 7/5 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} -1/\sqrt{5} \\ -3 \\ 7/\sqrt{5} \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} -1 \\ -9 \\ 7 \end{pmatrix}$

Domanda [coordvectorthD] Data la base *ortogonale* di \mathbb{R}^3 $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$, le coordinate di $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ su \mathcal{B} sono:

$\begin{pmatrix} 1 \\ -8 \\ 13 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} -2 \\ 1/10 \\ 13/10 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} -4 \\ 1/\sqrt{10} \\ 13/\sqrt{10} \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} -8 \\ 1 \\ 13 \end{pmatrix}$

Domanda [determinanteA] ♣ Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, sapendo che $\det A = 11$ e sfruttando le proprietà del determinante, si dica quali delle seguenti uguaglianze è vera:

$\det \begin{pmatrix} 2 & 12 & 6 \\ 10 & 2 & 4 \\ 6 & 2 & 2 \end{pmatrix} = 22.$
 $\det \begin{pmatrix} 7 & 6 & 3 \\ 6 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} = -11.$

$\det \begin{pmatrix} 2 & 12 & 6 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 22.$
 $\det \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} = -11.$

Domanda [determinanteB] ♣ Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, sapendo che $\det A = 10$ si dica quali delle seguenti uguaglianze è vera:

$\det \begin{pmatrix} 7 & 7 & 5 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 10$
 $\det \begin{pmatrix} 6 & 6 & 3 \\ 15 & 1 & 2 \\ 9 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 30.$

$\det \begin{pmatrix} 6 & 18 & 9 \\ 15 & 3 & 6 \\ 9 & 3 & 3 \end{pmatrix} = 30.$
 $\det \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} = 10.$

Domanda [determinanteC] ♣ Posto $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, sapendo che $\det A = 9$ e sfruttando le proprietà del determinante, si dica quali delle seguenti uguaglianze è vera:

$\det \begin{pmatrix} 12 & 24 & 12 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 36/3.$
 $\det \begin{pmatrix} 6 & 12 & 6 \\ 10 & 2 & 4 \\ 6 & 2 & 2 \end{pmatrix} = 72.$

$\det \begin{pmatrix} 9 & 6 & 3 \\ 6 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 10$
 $\det \begin{pmatrix} 6 & 3 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} = -9.$

Domanda [determinanteD] ♣ Posto $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, sapendo che $\det A = 8$ e sfruttando le proprietà del determinante, si dica quali delle seguenti uguaglianze è vera:

$\det \begin{pmatrix} -8 & 6 & 3 \\ -10 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} = -16.$

$\det \begin{pmatrix} 7 & 7 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 8.$

$\det \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 4 & 6 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 8.$

$\det \begin{pmatrix} -8 & -12 & -6 \\ -10 & -2 & -4 \\ -6 & -2 & -2 \end{pmatrix} = -64.$

Domanda [scalA] ♣ Sia $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

$\|\mathbf{u}\| = 2.$

$\|\mathbf{u}\| = 4.$

L'angolo fra \mathbf{u} e \mathbf{v} è $\arccos \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}.$

\mathbf{u} e \mathbf{v} sono ortogonali.

Domanda [scalB] ♣ Sia $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{2}.$

$\|\mathbf{u}\| = 4.$

L'angolo fra \mathbf{u} e \mathbf{v} è $\arccos \frac{2}{3}.$

$\|\mathbf{v}\| = 5.$

Domanda [scalC] ♣ Siano \mathbf{u} e \mathbf{v} due vettori di \mathbb{R}^4 tali che $\|\mathbf{u}\| = 3$ e $\|\mathbf{v}\| = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono *necessariamente* vere?

$\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle \leq 9.$

$|\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle| = 9 \Rightarrow$ l'angolo fra \mathbf{u} e \mathbf{v} è $\pi.$

$|\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle| < 10.$

$\|\mathbf{u} - \mathbf{v}\| > 6$

Domanda [scalD] ♣ Siano \mathbf{u} e \mathbf{v} due vettori di \mathbb{R}^4 tali che $\|\mathbf{u}\| = 2$ e $\|\mathbf{v}\| = 2$. Quali delle seguenti affermazioni sono *necessariamente* vere?

$\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle \leq 4.$

$|\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle| = 4 \Rightarrow$ l'angolo fra \mathbf{u} e \mathbf{v} è nullo.

$|\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle| \leq 2.$

$\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\| \leq 4.$

Domanda [basiortnormA] ♣ Quali delle seguenti liste di vettori sono basi ortonormali di \mathbb{R}^3 ?

$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

$\left\{ \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \right\}$

$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

$\left\{ \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \right\}$

Domanda [basiortnormB] ♣ Quali delle seguenti liste di vettori sono basi ortogonali di \mathbb{R}^3 ?

$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

$\left\{ \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \right\}$

$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

$\left\{ \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \right\}$

Domanda [basiortnormC] ♣ Quali delle seguenti liste di vettori sono sistemi ortogonali di \mathbb{R}^3 ?

$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

$\left\{ \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

$\left\{ \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \right\}$

Domanda [basiortnormD] ♣ Quali delle seguenti liste di vettori sono sistemi ortonormali di \mathbb{R}^3 ?

$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

$\left\{ \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \right\}$

$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

$\left\{ \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \right\}$

Domanda [fquadrA] ♣ Quali delle seguenti matrici sono associate a una forma quadratica *indefinita* (o *non definita*) su \mathbb{R}^2 ?

$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Domanda [fquadrB] ♣ Quali delle seguenti matrici sono associate a una forma quadratica *semidefinita positiva* su \mathbb{R}^2 ?

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda [fquadrC] ♣ Quali delle seguenti matrici sono associate a una forma quadratica *definita negativa* su \mathbb{R}^2 ?

$\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda [fquadrD] ♣ Quali delle seguenti matrici sono associate a una forma quadratica *semidefinita negativa* su \mathbb{R}^2 ?

$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$

Domanda [fquadrE] ♣ Quali delle seguenti matrici sono associate a una forma quadratica *definita positiva* su \mathbb{R}^2 ?

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda [spectralthA] ♣ Sia A una matrice quadrata **simmetrica** 3×3 . Sapendo che 3 e -2 sono gli *unici* autovalori reali di A , e che per l'autospazio $V_3 = \text{Span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$, stabilire quale tra le seguenti affermazioni è vera:

$V_{-2} = \text{Span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right)$.

Esistono 3 autovettori di A ortogonali tra loro.

$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \in V_{-2}$.

$\text{rg } A = 2$.

Domanda [spectralthB] ♣ Sia A una matrice quadrata **simmetrica** 3×3 . Sapendo che 1 e 3 sono autovalori di A , e che $V_3 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid x + y + 2z = 0 \right\}$, stabilire quale tra le seguenti affermazioni è vera:

$V_1 = \text{Span} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

$\det A = 3$.

La matrice A non ammette altri autovalori al di fuori di 1 e 3.

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \in V_1$.

Domanda [spectralthC] ♣ Sia A una matrice quadrata **simmetrica** 3×3 . Sapendo che 2 e 4 sono autovalori di A , e che $V_4 = \text{Span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$, stabilire quale tra le seguenti affermazioni è vera:

$V_2 = \text{Span} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

La molteplicità algebrica dell'autovalore 2 è 2.

$V_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid x + 2y + z = 0 \right\}$.

Esiste una base ortogonale di \mathbb{R}^3 formata da autovettori di A .

Domanda [spectralthD] ♣ Sia A una matrice quadrata **simmetrica** 3×3 . Sapendo che 1 e -4 sono gli *unici* autovalori reali di A , e che per l'autospazio $V_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid x + y + z = x - 2z = 0 \right\}$, stabilire quale tra le seguenti affermazioni è vera:

$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \in V_{-4}$.

Esiste una matrice Q ortogonale di ordine 3 tale che $Q^T A Q$ è diagonale.

$V_{-4} = \text{Span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right)$.

$\det A = 16$.