

Geometria e Algebra

Appello del 21 settembre 2017

<input type="checkbox"/> 0					
<input type="checkbox"/> 1					
<input type="checkbox"/> 2					
<input type="checkbox"/> 3					
<input type="checkbox"/> 4					
<input type="checkbox"/> 5					
<input type="checkbox"/> 6					
<input type="checkbox"/> 7					
<input type="checkbox"/> 8					
<input type="checkbox"/> 9					

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda [openquestsistemicbisA] Sia A una matrice $k \times n$. Definire $\text{Ker } A$. Dare un esempio di una matrice 3×4 con $\dim \text{Ker } A = 3$. Motivare adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [openquestsistemicbisB] Sia A una matrice $k \times n$. Definire $\text{Ker } A$. Quindi dare un esempio di una matrice 3×2 con $\text{Ker } A = \{0\}$. Motivare adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [thspectrbisB] Sia $A \in M_{\mathbb{R}}(3)$ una matrice **simmetrica** 3×3 . Si sa che gli **unici** autovalori di A sono 1 e 7, e che l'autospazio $V_1 = \text{Span} \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \right)$. Determinare la dimensione e la/le equazioni cartesiane dell'autospazio V_7 ; giustificare la risposta. w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [thspectrbisC] Sia $A \in M_{\mathbb{R}}(3)$ una matrice **simmetrica** 3×3 . Si sa che gli **unici** autovalori di A sono 3 e -5 , e che l'autospazio $V_3 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + y = y - z = 0 \right\}$, determinare la dimensione e una base dell'autospazio V_{-5} . Giustificare la risposta. w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [thspectrbisD] Sia $A \in M_{\mathbb{R}}(3)$ una matrice **simmetrica** 3×3 . Si sa che gli **unici** autovalori di A sono 4 e -3 , e che l'autospazio $V_4 = \text{Span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$, determinare la dimensione e la/le equazioni cartesiane dell'autospazio V_{-3} . Giustificare la risposta. w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [retteA] ♣ Stabilire per quali dei seguenti sistemi l'insieme delle soluzioni è una retta nello spazio:

$\begin{cases} x - y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3x - 3y + 3z = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2 \\ z = 1 \end{cases}$

Domanda [retteB] ♣ Stabilire per quali dei seguenti sistemi l'insieme delle soluzioni è un piano nello spazio:

$\begin{cases} x - y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3x - 3y + 3z = 5 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 3 \end{cases}$

Domanda [retteC] ♣ Stabilire per quali dei seguenti sistemi l'insieme delle soluzioni è una retta nello spazio:

$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ 3x + 6y + 3z = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

Domanda [retteD] ♣ Stabilire per quali dei seguenti sistemi l'insieme delle soluzioni è un piano nello spazio:

$\begin{cases} x - y - 2z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y - 2z = 1 \\ 3x - 3y - 6z = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y - 2z = 2 \\ 2x + y + 2z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} z = -2 \end{cases}$

Domanda [diagbisA] ♣ Sia $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ -1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$. Stabilire quali fra i seguenti vettori sono autovettori per A .

$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda [diagbisB] ♣ Sia $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$. Stabilire quali fra i seguenti vettori sono autovettori per A .

$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda [diagbisC] ♣ Sia $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$. Stabilire quali fra i seguenti vettori sono autovettori per A .

$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda [diagbisD] ♣ Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$. Stabilire quali fra i seguenti vettori sono autovet-
tori per A .

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Domanda [matrixbisA] ♣ Sia A una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = 2$, dire quali
delle seguenti affermazioni è corretta:

$\det A^T = -2$. $\det A^3 = -8$. $\det 2A = 16$. $\det A^{-1} = \frac{1}{2}$.

Domanda [matrixbisB] ♣ Sia A una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$, dire
quali delle seguenti affermazioni è corretta:

$\det A^T = -3$. $\det(A^T A) = 9$. $\det 2A = -24$. $\det A^{-1} = \sqrt{3}$.

Domanda [matrixbisC] ♣ Sia A una matrice quadrata 2×2 ; sapendo che $\det A = 3$, dire quali
delle seguenti affermazioni è corretta:

$\det 5A = 75$. $\det(-A) = -3$. $\det 2A = -6$. $\det A^{-1} = \sqrt{3}$.

Domanda [matrixbisD] ♣ Sia A una matrice quadrata 2×2 ; sapendo che $\det A = -1$, dire
quali delle seguenti affermazioni è corretta:

$\det(-2A^T) = -4$. $\det(-A) = -1$. $\det 2A = 4$. $\det A^{-1} = 1$.

Domanda [orthbasisbisA] ♣ Quali fra le seguenti sono una **base ortogonale** di \mathbb{R}^3 ?

$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$
 $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

Domanda [orthbasisbisB] ♣ Quali fra le seguenti sono una **base ortogonale** di \mathbb{R}^3 ?

$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$ $\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$
 $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

Domanda [orthbasisbisC] ♣ Quali fra le seguenti sono una **base ortogonale** di \mathbb{R}^3 ?

$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$ $\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$
 $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$ $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

Domanda [orthbasisbisD] ♣ Quali fra le seguenti sono una **base ortogonale** di \mathbb{R}^3 ?

$\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$ $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$
 $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$

CATALOGO

Domanda [dimintersectA] Siano U e W sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^9 ; sapendo che $\dim U = \dim W = 4$, determinare la dimensione *minima* di $U \cap W$:

0 1 2 3 5

Domanda [dimintersectB] Siano U e W sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^8 ; sapendo che $\dim U = 5$ e $\dim W = 6$, determinare la dimensione *minima* di $U \cap W$:

0 1 2 3 4

Domanda [dimintersectC] Siano U e W sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sapendo che $\dim U = \dim W = 4$, determinare la dimensione *minima* di $U \cap W$:

0 1 2 3 5

Domanda [dimintersectD] Siano U e W sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{10} ; sapendo che $\dim U = 6$ e $\dim W = 8$, determinare la dimensione *minima* di $U \cap W$:

0 1 4 8 14

Domanda [invertbisA] ♣ Stabilire quali delle seguenti matrici sono invertibili.

$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & -5 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda [invertbisB] ♣ Stabilire quali delle seguenti matrici sono invertibili.

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -2 & -2 & 6 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$

Domanda [invertbisC] ♣ Stabilire quali delle seguenti matrici sono invertibili.

$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

Domanda [invertbisD] ♣ Stabilire quali delle seguenti matrici sono invertibili.

$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 6 & 2 & -4 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$