

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	21 settembre 2017
Cognome e Nome:	Matricola:
Corso di Laurea:	Anno di corso:

1. (8 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale h :

$$A = \begin{pmatrix} h & 1 & -h \\ -2h & h-1 & -1+h \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare il rango di A al variare di h :
- (b) Determinare per quali valori di h il sistema ammette soluzioni:
- (c) Determinare per quali valori di h l'insieme delle soluzioni ha dimensione 1:
- (d) Sia $h = 1$. Determinare una rappresentazione parametrica della varietà delle soluzioni:

2. (8pt) Sia $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio; assegnati i punti $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, e $Q = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, determinare:

- (a) una rappresentazione cartesiana della retta $r = AB$;
- (b) una rappresentazione cartesiana del piano π che contiene r e passante per l'origine O ;
- (c) la distanza di Q da π ;
- (d) l'intersezione di r con il piano coordinato xOy .

3. (8pt) Si considerino le matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 5 \\ 0 & 5 & -3 \end{pmatrix}$.

- (a) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche μ e geometriche m .
 - (b) Determinare le equazioni cartesiane di ciascun autospazio di A .
 - (c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .
 - (d) Discutere se la matrice B è simile alla matrice A ; in caso positivo esibire una matrice invertibile N tale che $B = N^{-1}AN$. In caso negativo giustificare la risposta.
-

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	21 settembre 2017
Cognome e Nome:	Matricola:
Corso di Laurea:	Anno di corso:

1. (8 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale h :

$$A = \begin{pmatrix} h & 1 & h+1 \\ -2h & h-1 & -h-1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare il rango di A al variare di h :
- (b) Determinare per quali valori di h il sistema ammette soluzioni:
- (c) Determinare per quali valori di h la varietà soluzione ha dimensione 1:
- (d) Sia $h = 1$. Determinare una rappresentazione parametrica della varietà delle soluzioni:

2. (8pt) Sia $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio; assegnati i punti $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, e $Q = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, determinare:

- (a) una rappresentazione cartesiana della retta $r = AB$;
- (b) una rappresentazione cartesiana del piano π che contiene r e passante per l'origine O ;
- (c) la distanza di Q da π ;
- (d) l'intersezione di r con il piano coordinato xOz .

3. (8pt) Si considerino le matrici $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$.

- (a) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche μ e geometriche m .
 - (b) Determinare le equazioni cartesiane di ciascun autospazio di A .
 - (c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .
 - (d) Discutere se la matrice B è simile alla matrice A ; in caso positivo esibire una matrice invertibile N tale che $B = N^{-1}AN$. In caso negativo giustificare la risposta.
-

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	21 settembre 2017
Cognome e Nome:	Matricola:
Corso di Laurea:	Anno di corso:

1. (8 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale h :

$$A = \begin{pmatrix} h & 2+h & h \\ 2 & 2+h & h \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare il rango di A al variare di h :
- (b) Determinare per quali valori di h il sistema ammette soluzioni:
- (c) Determinare per quali valori di h l'insieme delle soluzioni ha dimensione 1:
- (d) Sia $h = 0$. Determinare una rappresentazione parametrica della varietà delle soluzioni:

2. (8pt) Sia $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio; assegnati i punti $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$, e $Q = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, determinare:

- (a) una rappresentazione cartesiana della retta $r = AB$;
- (b) una rappresentazione cartesiana del piano π che contiene r e passante per l'origine O ;
- (c) la distanza di Q da π ;
- (d) l'intersezione di r con il piano coordinato xOy .

3. (8pt) Si considerino le matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$.

- (a) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche μ e geometriche m .
 - (b) Determinare le equazioni cartesiane di ciascun autospazio di A .
 - (c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .
 - (d) Discutere se la matrice B è simile alla matrice A ; in caso positivo esibire una matrice invertibile N tale che $B = N^{-1}AN$. In caso negativo giustificare la risposta.
-

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	21 settembre 2017
Cognome e Nome:	Matricola:
Corso di Laurea:	Anno di corso:

1. (8 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale h :

$$A = \begin{pmatrix} h & 2+h & 2 \\ 2 & 2+h & h \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare il rango di A al variare di h :
- (b) Determinare per quali valori di h il sistema ammette soluzioni:
- (c) Determinare per quali valori di h la varietà soluzione ha dimensione 1:
- (d) Sia $h = 0$. Determinare una rappresentazione parametrica della varietà delle soluzioni:

2. (8pt) Sia $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio; assegnati i punti $A = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, e $Q = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, determinare:

- (a) una rappresentazione cartesiana della retta $r = AB$;
- (b) una rappresentazione cartesiana del piano π che contiene r e passante per l'origine O ;
- (c) la distanza di Q da π ;
- (d) l'intersezione di r con il piano coordinato yOz .

3. (8pt) Si considerino le matrici $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

- (a) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche μ e geometriche m .
 - (b) Determinare le equazioni cartesiane di ciascun autospazio di A .
 - (c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .
 - (d) Discutere se la matrice B è simile alla matrice A ; in caso positivo esibire una matrice invertibile N tale che $B = N^{-1}AN$. In caso negativo giustificare la risposta.
-