

Geometria e Algebra Appello dell'11 luglio 2018

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda [openquestdeflingenA] Dati i vettori v_1, v_2, v_3 in \mathbb{R}^3 , cosa significa che essi sono un sistema di generatori di \mathbb{R}^3 ? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [openquestdeflingenB] Dati i vettori v_1, v_2, v_3 in \mathbb{R}^3 , cosa significa che essi sono linearmente indipendenti? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [rangosimA] ♣ Sia A una matrice *simmetrica* 3×3 . Supponiamo che 2 e 3 siano gli unici autovalori di A . Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente vere?

- A ha rango 2. $\det A \neq 0$.
 Non è possibile determinare il rango di A . $A = -2I$.

Domanda [rangosimB] ♣ Sia A una matrice *simmetrica* 4×4 . Supponiamo che 4 sia un autovalore di A . Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente vere?

- $A = 4I$. A ha rango 1.
 Non è possibile determinare il rango di A . $\det A \neq 0$.

Domanda [rangosimC] ♣ Sia A una matrice *simmetrica* 3×3 . Supponiamo che 1 e 3 siano gli unici autovalori di A . Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente vere?

- A ha rango 1. $\det A$ è un numero intero.
 Non è possibile determinare il rango di A . $\text{tr } A$ è un numero intero.

Domanda [rangosimD] ♣ Sia A una matrice *simmetrica* 4×4 . Supponiamo che -2 sia l'unico autovalore di A . Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente vere?

- $\det A < 0$. A ha rango 4.
 Non è possibile determinare il rango di A . $A = -2I$.

Domanda [formquadA] Stabilire quale delle seguenti matrici è associata a una forma quadratica in \mathbb{R}^2 *definita* positiva:

- $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda [formquadB] Stabilire quale delle seguenti matrici è associata a una forma quadratica in \mathbb{R}^2 *definita* negativa:

- $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

Domanda [formquadC] Stabilire quale delle seguenti matrici è associata a una forma quadratica in \mathbb{R}^2 *semidefinita* positiva:

- $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}$

Domanda [formquadD] Stabilire quale delle seguenti matrici è associata a una forma quadratica in \mathbb{R}^2 *semidefinita* negativa:

- $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

Domanda [formquadE] Stabilire quale delle seguenti matrici è associata a una forma quadratica in \mathbb{R}^2 *indefinita*:

- $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

Domanda [linappcE] Sia $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ un'applicazione lineare *suriettiva* tale che $L\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Quale delle seguenti affermazioni è *necessariamente* vera?

- $\dim \text{Ker } L > 0.$ $L\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}.$
 $L\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \notin \text{Span}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$ $L\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$

Domanda [linappcF] Sia $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un'applicazione lineare tale che $\text{Im } L = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid x-y+z = 0 \right\}$. Quale delle seguenti affermazioni è *necessariamente* vera?

- $\dim \text{Ker } L = 1.$ L è suriettiva.
 Esiste $X \in \mathbb{R}^2$ tale che $L(X) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$ L è iniettiva.

Domanda [linappcG] Sia $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un'applicazione lineare *iniettiva* tale che $L\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Quale delle seguenti affermazioni è *necessariamente* vera?

- $\dim \text{Im } L = 3.$ $L\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$
 Esiste $X \neq e_1 \in \mathbb{R}^3$ tale che $L(X) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$ $\dim \text{Ker } L = 3.$

Domanda [linappcH] Sia $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ un'applicazione lineare tale che $\text{Ker } L = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid x-2z = 0 \right\}$. Quale delle seguenti affermazioni è *necessariamente* vera?

- $\dim \text{Im } L = 2.$ $L\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$
 $L\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$ $L\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$

Domanda [spectraltwoA] ♣ Sia A una matrice **simmetrica** 2×2 . Se $A\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\det A = 5$, quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- A ha rango 1. $\text{tr } A = 6.$
 $\text{tr } A = 4.$ $A\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \end{pmatrix}.$

Domanda [spectraltwoB] ♣ Sia A una matrice **simmetrica** 2×2 . Se $A\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\det A = 5$, quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- $\text{tr } A = 0.$ $\text{tr } A = -5.$
 5 è un autovalore di $A.$ $A\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}.$

Domanda [spectraltwoC] ♣ Sia A una matrice **simmetrica** 2×2 . Se $A\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\text{tr } A = 0$, quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- $\det A = 0.$ $\det A = 2.$
 -1 è un autovalore di $A.$ $A\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$

Domanda [spectraltwobyt看] ♣ Sia A una matrice **simmetrica** 2×2 . Se $A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\text{tr} A = -2$, quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- $\det A = 4$. 3 è un autovalore di A .
 -3 è un autovalore di A . $A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Domanda [vspgrassA] Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$; inoltre V non è contenuto in U . Quale delle seguenti affermazioni è **sempre** vera?

- $U \cap V$ contiene solo il vettore nullo. $\dim U \cap V = 2$
 U è sottoinsieme di V . $3 \leq \dim U \cap V \leq 5$.

Domanda [vspgrassB] Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$; inoltre U non è contenuto in V . Quale delle seguenti affermazioni è **sempre** vera?

- U e V sono disgiunti. $U + V = \mathbb{R}^5$.
 U è sottoinsieme di V . $\dim U \cap V = 2$.

Domanda [vspgrassC] Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 4$ e $\dim V = 2$. Quale delle seguenti affermazioni è **sempre** vera?

- U e V sono in somma diretta. $U + V = \mathbb{R}^5$.
 V è sottoinsieme di U . $\dim U \cap V \leq 2$.

Domanda [vspgrassD] Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 3$ e $\dim V = 5$. Quale delle seguenti affermazioni è **sempre** vera?

- $\dim U \cap V = 1$. $2 \leq \dim U \cap V \leq 3$.
 U è sottoinsieme di V . $\dim U + V = 5$.

Domanda [scaldueA] Siano $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- $\|\mathbf{u}\| = 2$. $\|\mathbf{u}\| = 4$.
 L'angolo fra \mathbf{u} e \mathbf{v} è $\arccos \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$. \mathbf{u} e \mathbf{v} sono ortogonali.

Domanda [scaldueB] Siano $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- $\|\mathbf{u}\| = \sqrt{2}$. $\|\mathbf{u}\| = 4$.
 L'angolo fra \mathbf{u} e \mathbf{v} è $\arccos \frac{2}{3}$. $\|\mathbf{v}\| = 5$.

Domanda [scaldueC] Siano $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- $\|\mathbf{u}\| = 3$. $\|\mathbf{u}\| = \sqrt{3}$.
 L'angolo fra \mathbf{u} e \mathbf{v} è $\arccos \frac{2}{3}$. $\|\mathbf{v}\| = 5$.

Domanda [scaldueD] Siano $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- $\|\mathbf{u}\| = 3$. \mathbf{u} e \mathbf{v} sono ortogonali.
 L'angolo fra \mathbf{u} e \mathbf{v} è $\arccos \frac{2}{5}$. $\|\mathbf{v}\| = 6$.

CATALOGO