



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$$

$x + y + z = 1$

$x + y + z = 0$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$U \subset V$.

$\dim(U \cap V) = 1$.

$U + V = \mathbb{R}^5$.

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non possiede inversa.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

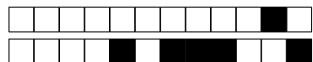
Cognome e Nome:

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ? w p a c

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.
- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.
- $\det(4A) = -8$.
- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 1$.
- $U + V = \mathbb{R}^5$.
- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.
- $U \subset V$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non possiede inversa.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

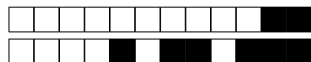
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 4$.

 U e V sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 2$.

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

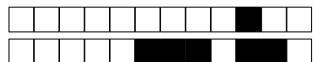
$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$ Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$ $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

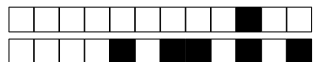
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$

$x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$ $\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$ $\det(4A) = -8.$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2.$ $\dim(U \cap V) = 0.$
- U e V non sono in somma diretta. Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

La matrice A non è invertibile $A^{-1} = A^T$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

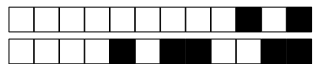
w p a c

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$.
- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.
- $\dim(U \cap V) = 0$.
- U e V non sono in somma diretta.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.
- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.
- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.
- $\det(4A) = -8$.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 1$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$ $\det(4A) = -8.$
 $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$ $\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 0.$
 $\dim(U \cap V) = 2.$ Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

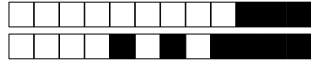
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$ $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$
 $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$ $\det(4A) = -8.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

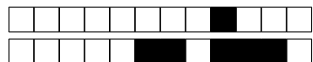
$X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

U e V non possono essere in somma diretta.
 $\dim(U + V) \geq 3.$
 $\dim(U \cap V) < 3.$ V è sottoinsieme di $U.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

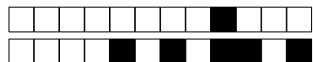
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2$.

$\dim(U + V) \geq 4$.

U e V sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non possiede inversa.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(4A) = -4$.

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

$\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

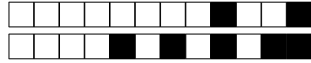
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0.$

$x - 2y + z = 0$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 4.$

$\dim(U \cap V) = 2.$

$\dim(U \cap V) \geq 1.$

U e V sono in somma diretta.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$

$\det(2A) = -24.$

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....

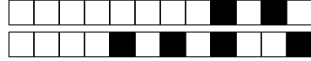
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$. $\dim(U + V) \geq 4$.
 U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) \geq 1$.

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(4A) = -4$.
 $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$. $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$

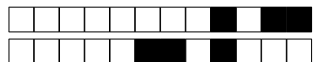
Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

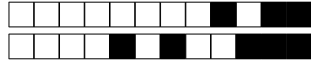
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1.$ $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$
 $\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2.$ $\det(4A) = -4.$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) \geq 1.$ U e V sono in somma diretta.
 $\dim(U + V) \geq 4.$ $\dim(U \cap V) = 2.$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

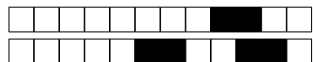
$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
 $x + y + z = 0$ $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

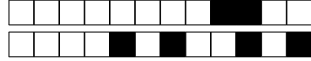
<input type="checkbox"/> w	<input type="checkbox"/> p	<input type="checkbox"/> a	<input type="checkbox"/> c
----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

.....
--

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

<input type="checkbox"/> w	<input type="checkbox"/> p	<input type="checkbox"/> a	<input type="checkbox"/> c
----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

.....
--



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

U e V non sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 0$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$.

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

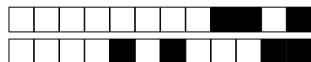
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) \geq 1$. U e V sono in somma diretta.
 $\dim(U + V) \geq 4$. $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

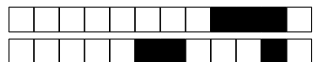
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1 | 2A^2 | 3A^3) = -6$. $\det(4A) = -4$.
 $\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$. $\det(-A^1 | A^2 | -A^3) = 1$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....

.....

.....

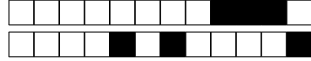
.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^3 A^2) = 2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(2A^1 A^2 A^3) = -8.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(4A) = -8.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 - A^2 A^3) = 2.$ |



Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 4$. U e V sono in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) \geq 1$. $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

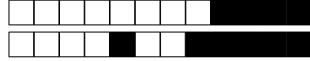
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $U + V = \mathbb{R}^5$.
 $\dim(U \cap V) = 1$. $U \subset V$.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.
 $\det(3A) = -6$. $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

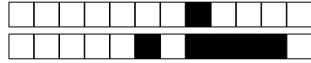
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $x + y + z = 0$
 $x + y + z = 1$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

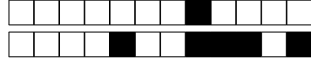
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 0$.
- $\dim(U \cap V) = 2$. Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

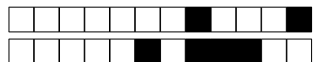
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A) = -24$. $\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$.
- $\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$. $\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

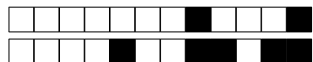
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1.$

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$

$\det(4A) = -4.$

$\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2.$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$U \subset V.$

$U + V = \mathbb{R}^5.$

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$

$\dim(U \cap V) = 1.$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

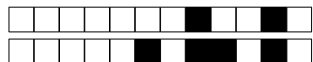
Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

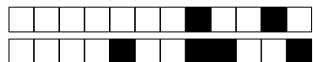
.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. | <input type="checkbox"/> $U \subset V$. |
| <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) = 1$. | <input type="checkbox"/> $U + V = \mathbb{R}^5$. |



Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0$

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(4A) = -8$.

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

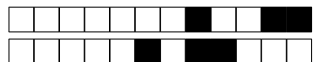
Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

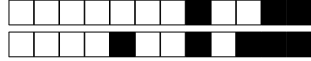
.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $\det(A^2 A^1 A^3) = 2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 2A^3) = -16.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 + A^2 A^3) = -2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(3A) = -6.$ |



Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

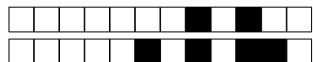
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) \geq 1$.
- U e V sono in somma diretta.
- $\dim(U + V) \geq 4$.
- $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$
- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

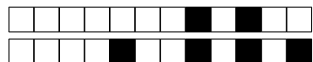
.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi

adeguatamente la risposta.

w p a c

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

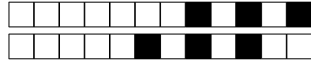
- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$. $\det(3A) = -6$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x - 2y + z = 0$ $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
- $x + y + z = 0$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$. $\dim(U \cap V) \geq 1$.
- U e V sono in somma diretta. $\dim(U + V) \geq 4$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

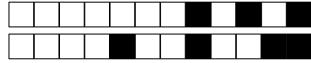
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 2$.
- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$. $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A) = -6$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$. $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

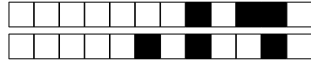
Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

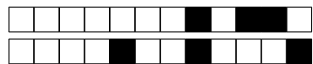
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x - 2y + z = 0$

$x + y + z = 0.$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2.$

 U e V non sono in somma diretta.

Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$

$\dim(U \cap V) = 0.$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$

$\det(4A) = -8.$

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

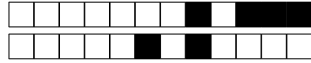
Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

$\det(4A) = -8$.

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2$.

 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

$\dim(U \cap V) = 0$.

 U e V non sono in somma diretta.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

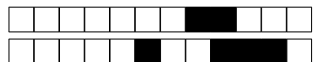
Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

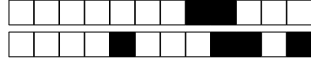
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 1$. $U \subset V$.
- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $U + V = \mathbb{R}^5$.

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

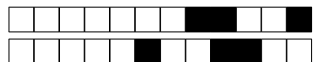
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 1$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A) = -24$. $\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$.
- $\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$. $\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

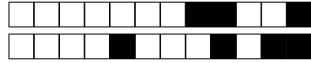
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$U + V = \mathbb{R}^5$. Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.
 $U \subset V$. $\dim(U \cap V) = 1$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

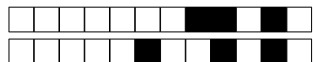
$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 0$. $x - 2y + z = 0$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A) = -6$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
 $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$. $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

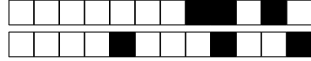
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 1$. $U \subset V$.
 $U + V = \mathbb{R}^5$. Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

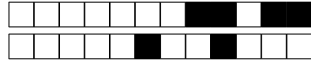
$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -8$. $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.
 $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$. $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi

adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

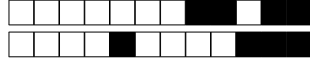
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- V è sottoinsieme di U .
- $\dim(U + V) \geq 3$.
- $\dim(U \cap V) < 3$.
- U e V non possono essere in somma diretta.

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non possiede inversa.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

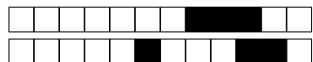
Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A) = -24$.
- $\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.
- $\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$.
- $\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

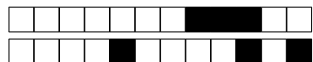
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 3$.
- $\dim(U \cap V) < 3$.
- V è sottoinsieme di U .
- U e V non possono essere in somma diretta.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

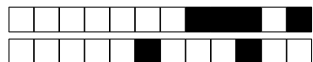
- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.
- $\det(4A) = -4$.
- $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$
- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$. U e V sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) \geq 1$. $\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$. $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(3A) = -6$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

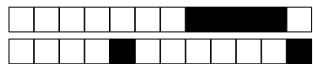
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0.$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $x - 2y + z = 0$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$ $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$ $\det(3A) = -6.$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 3.$ V è sottoinsieme di $U.$
- $\dim(U \cap V) < 3.$ U e V non possono essere in somma diretta.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

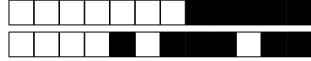
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

U e V sono in somma diretta.

$\dim(U + V) \geq 4$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$
- $x + y + z = 0$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) = 2$.
- $\dim(U \cap V) \geq 1$.
- $\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.
- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.
- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.
- $\det(4A) = -8$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$x + y + z = 0.$

$x - 2y + z = 0$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A) = -6.$

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$ $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 $\dim(U + V) \geq 3.$ $\dim(U \cap V) < 3.$ V è sottoinsieme di U . U e V non possono essere in somma diretta.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x - 2y + z = 0$

$x + y + z = 0$.

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V non possono essere in somma diretta. V è sottoinsieme di U . $\dim(U + V) \geq 3$. $\dim(U \cap V) < 3$.

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(4A) = -4$.

$\det(-A^1 | A^2 | -A^3) = 1$.

$\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$.

$\det(A^1 | 2A^2 | 3A^3) = -6$.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V non sono in somma diretta. Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$. $\dim(U \cap V) = 2$. $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1 | A^1 - A^2 | A^3) = 2$.

$\det(2A^1 | A^2 | A^3) = -8$.

$\det(A^1 | A^3 | A^2) = 2$.

$\det(4A) = -8$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$

$\det(2A) = -24.$

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

La matrice A non è invertibile

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 3.$

V è sottoinsieme di $U.$

$\dim(U \cap V) < 3.$

U e V non possono essere in somma diretta.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

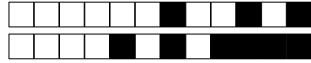
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A) = -6$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
 $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$. $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $\dim(U \cap V) = 1$.
 $U + V = \mathbb{R}^5$. $U \subset V$.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 1$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2$.

Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

U e V non sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A) = -24$.

$\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$.

$\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.

$\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

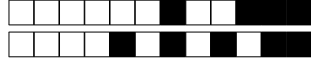
.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. | <input type="checkbox"/> $U + V = \mathbb{R}^5$. |
| <input type="checkbox"/> $U \subset V$. | <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) = 1$. |



Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
- $x - 2y + z = 0$
- $x + y + z = 0$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A) = -24$.
- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.
- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.
- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 0$.
- $\dim(U \cap V) = 2$. Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1 | 2A^2 | 3A^3) = -6$. $\det(4A) = -4$.
- $\det(-A^1 | A^2 | -A^3) = 1$. $\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$ $\det(4A) = -8.$
 $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$ $\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 0.$ U e V non sono in somma diretta.
 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$ $\dim(U \cap V) = 2.$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ La matrice A non è invertibile
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A) = -6.$ $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$
 $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$ $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$ La matrice A non è invertibile

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non possono essere in somma diretta.
 V è sottoinsieme di U .
 $\dim(U \cap V) < 3$.
 $\dim(U + V) \geq 3$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$ $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$
 $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$ $\det(4A) = -8.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$ $U \subset V.$
 $\dim(U \cap V) = 1.$ $U + V = \mathbb{R}^5.$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $x + y + z = 1$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

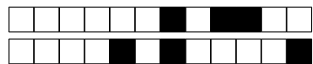
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$. $\dim(U \cap V) = 0$.
 U e V non sono in somma diretta. Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\operatorname{rg} A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\operatorname{Ker} A$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$. $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.
 $\det(4A) = -8$. $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$. $x - 2y + z = 0$
 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $\dim(U \cap V) = 1$.
- $U + V = \mathbb{R}^5$. $U \subset V$.

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $x - 2y + z = 0$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1 | A^1 - A^2 | A^3) = 2$. $\det(A^1 | A^3 | A^2) = 2$.
- $\det(2A^1 | A^2 | A^3) = -8$. $\det(4A) = -8$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ La matrice A non è invertibile



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

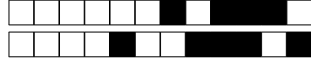
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

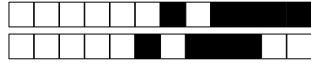
Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 1$.

$U + V = \mathbb{R}^5$.

$U \subset V$.

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

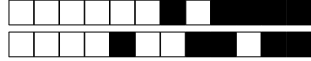
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 La matrice A non è invertibile
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A) = -6$. $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.
 $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 1$. $U \subset V$.
 $U + V = \mathbb{R}^5$. Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$ $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$
 $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$ $\det(2A) = -24.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 1.$ $U \subset V.$
 Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$ $U + V = \mathbb{R}^5.$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x - 2y + z = 0$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $x + y + z = 0.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$$

$x + y + z = 1$

$x + y + z = 0$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$

$\det(4A) = -8.$

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$

$\dim(U \cap V) = 0.$

$\dim(U \cap V) = 2.$

U e V non sono in somma diretta.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = A^T$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$. $\dim(U \cap V) = 0$.
- $\dim(U \cap V) = 2$. U e V non sono in somma diretta.

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -4$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$. $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 0$
- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 0$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$ Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 $\dim(U \cap V) = 2$. $\dim(U + V) \geq 4$. $\dim(U \cap V) \geq 1$. U e V sono in somma diretta.

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

 $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$. $\det(3A) = -6$. $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x - 2y + z = 0$

$x + y + z = 0$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 3$.

$\dim(U \cap V) < 3$.

 U e V non possono essere in somma diretta. V è sottoinsieme di U .

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$ Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$ $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. | <input type="checkbox"/> $U + V = \mathbb{R}^5$. |
| <input type="checkbox"/> $U \subset V$. | <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) = 1$. |



Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x - 2y + z = 0$

$x + y + z = 0.$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$

$\det(4A) = -8.$

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

$2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U \subset V$. $\dim(U \cap V) = 1$.
 $U + V = \mathbb{R}^5$. Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -8$. $\det(A^1 | A^3 | A^2) = 2$.
 $\det(A^1 | A^1 - A^2 | A^3) = 2$. $\det(2A^1 | A^2 | A^3) = -8$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte gravemente errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 0$
 $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 1$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
 $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$. $\det(4A) = -4$.

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 3$. $\dim(U \cap V) < 3$.
 U e V non possono essere in somma diretta.
 V è sottoinsieme di U .

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- V è sottoinsieme di U . $\dim(U + V) \geq 3$.
 $\dim(U \cap V) < 3$. U e V non possono essere in somma diretta.

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$. $\det(2A) = -24$.
 $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$. $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $U + V = \mathbb{R}^5$. | <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) = 1$. |
| <input type="checkbox"/> $U \subset V$. | <input type="checkbox"/> Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. |



Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$

$\det(2A) = -24.$

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$ $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$ Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$ $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$

$\det(2A) = -24.$

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) < 3.$

$\dim(U + V) \geq 3.$

 U e V non possono essere in somma diretta. V è sottoinsieme di U .

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$ $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$ $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$ Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se $\dim(U+V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $\dim(U \cap V) = 1$.
 $U+V = \mathbb{R}^5$. $U \subset V$.

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$.
 $x - 2y + z = 0$ $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$. $\det(4A) = -8$.
 $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$. $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0.$

$x - 2y + z = 0$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 V è sottoinsieme di U . U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U \cap V) < 3$. $\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9.$

$\det(2A) = -24.$

$\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6.$

$\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x - 2y + z = 0$

$x + y + z = 0$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

$\dim(U + V) \geq 4$.

U e V sono in somma diretta.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(4A) = -4$.

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A) = -24.$ $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$
 $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$ $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U \subset V.$ $\dim(U \cap V) = 1.$
 $U + V = \mathbb{R}^5.$ Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A) = -24.$ $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$
 $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$ $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2.$ $\dim(U \cap V) \geq 1.$
 $\dim(U + V) \geq 4.$ U e V sono in somma diretta.

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 0$ $x + y + z = 1$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$ $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$
 $\det(3A) = -6.$ $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U \subset V.$ Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$
 $\dim(U \cap V) = 1.$ $U + V = \mathbb{R}^5.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$
 $x + y + z = 0$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 4$. U e V sono in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) \geq 1$. $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $x + y + z = 0$.
 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x - 2y + z = 0$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -4$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
 $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$. $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$x + y + z = 0$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

$\det(2A) = -24$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$ Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V non sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 0$.

 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

$\dim(U \cap V) = 2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$U + V = \mathbb{R}^5$.

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

$U \subset V$.

$\dim(U \cap V) = 1$.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

$\det(2A) = -24$.

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 4$. $\dim(U \cap V) = 2$.
 U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) \geq 1$.

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $x + y + z = 0$ $x + y + z = 1$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -8$. $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.
 $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$. $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

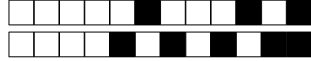
w p a c

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $x - 2y + z = 0$
 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $\dim(U \cap V) = 1$.
 $U + V = \mathbb{R}^5$. $U \subset V$.

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$. $\det(4A) = -4$.
 $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta. w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x - 2y + z = 0$
- $x + y + z = 0$.
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.
- $U + V = \mathbb{R}^5$.
- $\dim(U \cap V) = 1$.
- $U \subset V$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.
- $\det(3A) = -6$.
- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$. $\dim(U + V) \geq 4$.
 U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) \geq 1$.

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$. $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.
 $\det(4A) = -8$. $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- V è sottoinsieme di U . $\dim(U \cap V) < 3$.
 $\dim(U + V) \geq 3$. U e V non possono essere in somma diretta.

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$. $\det(-A^1 | A^2 | -A^3) = 1$.
 $\det(A^1 | 2A^2 | 3A^3) = -6$. $\det(4A) = -4$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\det(3A^1 3A^2 3A^3) = -9.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 2A^2 A^3) = -6.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(2A) = -24.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 A^3 - A^1) = -3.$ |



Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- V è sottoinsieme di U . U e V non possono essere in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) < 3$. $\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

$\det(4A) = -4$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

$U + V = \mathbb{R}^5$.

$\dim(U \cap V) = 1$.

$U \subset V$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

 U e V sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 2$.

$\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(3A) = -6$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$ $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

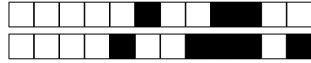
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1 | 2A^2 | 3A^3) = -6$.

$\det(4A) = -4$.

$\det(-A^1 | A^2 | -A^3) = 1$.

$\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$U + V = \mathbb{R}^5$.

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

$U \subset V$.

$\dim(U \cap V) = 1$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

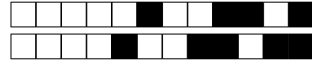
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) \geq 1.$ $\dim(U \cap V) = 2.$
 U e V sono in somma diretta. $\dim(U + V) \geq 4.$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$ $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$
 $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$ $\det(3A) = -6.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi

adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

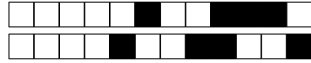
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 4$. $\dim(U \cap V) = 2$.
 U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) \geq 1$.

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$. $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.
 $\det(4A) = -8$. $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 0$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U + V) \geq 3$.
 V è sottoinsieme di U . $\dim(U \cap V) < 3$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ La matrice A non è invertibile

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A) = -24$. $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.
 $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$. $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

$\det(4A) = -8$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V non possono essere in somma diretta. V è sottoinsieme di U . $\dim(U \cap V) < 3$. $\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$ $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$ Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

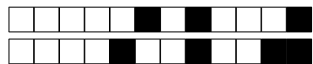
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 Se $\dim(U+V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $\dim(U \cap V) = 1$. $U + V = \mathbb{R}^5$. $U \subset V$.

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$ $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$ Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(3A) = -6$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$

$\det(2A) = -24.$

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non è invertibile

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 0.$

 U e V non sono in somma diretta. Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$

$\dim(U \cap V) = 2.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$ $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$
 $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$ $\det(3A) = -6.$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V sono in somma diretta. $\dim(U + V) \geq 4.$
 $\dim(U \cap V) = 2.$ $\dim(U \cap V) \geq 1.$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x - 2y + z = 0$
 $x + y + z = 0.$ $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

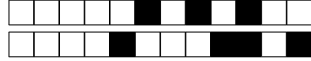
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) < 3$.

V è sottoinsieme di U .

$\dim(U + V) \geq 3$.

U e V non possono essere in somma diretta.

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x - 2y + z = 0$

$x + y + z = 0$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

$\det(4A) = -8$.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

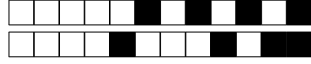
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(4A) = -4.$ $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$
 $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$ $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$ La matrice A non è invertibile
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ $x + y + z = 1$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

U e V non possono essere in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) < 3.$ $\dim(U + V) \geq 3.$
 V è sottoinsieme di $U.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0.$

$x - 2y + z = 0$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$

$\det(2A) = -24.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 1.$

$U + V = \mathbb{R}^5.$

$U \subset V.$

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) = 1.$ | <input type="checkbox"/> $U \subset V.$ |
| <input type="checkbox"/> $U + V = \mathbb{R}^5.$ | <input type="checkbox"/> Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$ |



Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9.$ $\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6.$
 $\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3.$ $\det(2A) = -24.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 0$.
- U e V non sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) = 2$.
- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$
- $x + y + z = 0$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -4$.
- $\det(-A^1 | A^2 | -A^3) = 1$.
- $\det(A^1 | 2A^2 | 3A^3) = -6$.
- $\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) \geq 1$. $\dim(U + V) \geq 4$.
 U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A) = -24$. $\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$.
 $\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$. $\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 0$
 $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 1$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.
- $\dim(U \cap V) = 1$.
- $U + V = \mathbb{R}^5$.
- $U \subset V$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- La matrice A non è invertibile

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -4$.
- $\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1$.
- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.
- $\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) \geq 1$.
 $\dim(U + V) \geq 4$. $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$. $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.
 $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$. $\det(2A) = -24$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$. U e V non sono in somma diretta.
 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$. $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$. $\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.
 $\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$. $\det(2A) = -24$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(-A^1|A^2| -A^3) = 1.$

$\det(4A) = -4.$

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 0.$

 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$ U e V non sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 2.$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A) = -6$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
 $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$. $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$ La matrice A non è invertibile

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U \subset V$. Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.
 $U + V = \mathbb{R}^5$. $\dim(U \cap V) = 1$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte gravemente errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non è invertibile
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1.$
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$
- $\det(4A) = -4.$
- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- V è sottoinsieme di U .
- $\dim(U \cap V) < 3.$
- U e V non possono essere in somma diretta.
- $\dim(U + V) \geq 3.$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U + V) \geq 3$.
 V è sottoinsieme di U . $\dim(U \cap V) < 3$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$. $\det(2A) = -24$.
 $\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$. $\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $x + y + z = 1$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V non sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 2$.

 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

$\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$ Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$ Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$ $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$.

$\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1$.

$\det(4A) = -4$.

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 2$.
 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$. $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1$. $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.
 $\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$. $\det(4A) = -4$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 3$. $\dim(U \cap V) < 3$.
 U e V non possono essere in somma diretta. V è sottoinsieme di U .

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$. $\det(2A) = -24$.
 $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$. $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ $x + y + z = 1$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
 $x + y + z = 0.$
 $x - 2y + z = 0$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ La matrice A non è invertibile
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U \subset V.$ $U + V = \mathbb{R}^5.$
 Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$ $\dim(U \cap V) = 1.$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^2 | A^1 | A^3) = 2.$ $\det(3A) = -6.$
 $\det(A^1 | A^2 | 2A^3) = -16.$ $\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) \geq 1$.
 $\dim(U + V) \geq 4$. $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$. $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.
 $\det(4A) = -8$. $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $x + y + z = 0$
 $x + y + z = 1$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi

adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V non sono in somma diretta. Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$. $\dim(U \cap V) = 2$. $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$ Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

$x + y + z = 0$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

$\det(4A) = -8$.

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0$

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$

$\det(4A) = -8.$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2.$

$\dim(U \cap V) \geq 1.$

$\dim(U + V) \geq 4.$

U e V sono in somma diretta.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$ $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$
 $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$ $\det(3A) = -6.$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 3.$ $\dim(U \cap V) < 3.$
 V è sottoinsieme di $U.$ U e V non possono essere in somma diretta.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x - 2y + z = 0$

$x + y + z = 0$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

U e V non sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 0$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(4A) = -4$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

$\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1$.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

$2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) = 1.$ | <input type="checkbox"/> $U \subset V.$ |
| <input type="checkbox"/> $U + V = \mathbb{R}^5.$ | <input type="checkbox"/> Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$ |



Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$$

$x + y + z = 1$

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$

$\det(2A) = -24.$

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$ $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$ Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2.$ $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$
 $\det(3A) = -6.$ $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2.$ U e V sono in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) \geq 1.$ $\dim(U + V) \geq 4.$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1.$

$\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2.$

$\det(4A) = -4.$

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$U + V = \mathbb{R}^5.$

$U \subset V.$

$\dim(U \cap V) = 1.$

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1.$
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$
- $\det(4A) = -4.$
- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) < 3.$
- V è sottoinsieme di $U.$
- $\dim(U + V) \geq 3.$
- U e V non possono essere in somma diretta.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$x + y + z = 0$

$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

U e V non possono essere in somma diretta.

$\dim(U \cap V) < 3$.

V è sottoinsieme di U .

$\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.

$\det(2A) = -24$.

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi

adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$ $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$
 $\det(4A) = -8.$ $\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 0.$ U e V non sono in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) = 2.$ Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

$2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

$X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

U e V non sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 0$.

Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$.
- U e V sono in somma diretta.
- $\dim(U + V) \geq 4$.
- $\dim(U \cap V) \geq 1$.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.
- $\det(3A) = -6$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x - 2y + z = 0$
- $x + y + z = 0$.
- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$ $\det(4A) = -8.$
 $\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$ $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2.$ U e V sono in somma diretta.
 $\dim(U + V) \geq 4.$ $\dim(U \cap V) \geq 1.$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$ La matrice A non è invertibile

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.
- $\det(4A) = -4$.
- $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.
- $U + V = \mathbb{R}^5$.
- $U \subset V$.
- $\dim(U \cap V) = 1$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non possiede inversa.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x - 2y + z = 0$
- $x + y + z = 0$.
- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartpone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$x + y + z = 0$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(-A^1|A^2|A^3) = 1.$

$\det(4A) = -4.$

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2.$

 U e V sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) \geq 1.$

$\dim(U + V) \geq 4.$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$ Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2.$ $\dim(U \cap V) \geq 1.$
 $\dim(U + V) \geq 4.$ U e V sono in somma diretta.

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$ $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$
 $\det(3A) = -6.$ $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $x + y + z = 0.$
 $x - 2y + z = 0$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$x + y + z = 1$

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A) = -6.$

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$U + V = \mathbb{R}^5.$

$\dim(U \cap V) = 1.$

$U \subset V.$

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 A^3 - A^1) = -3.$ | <input type="checkbox"/> $\det(3A^1 3A^2 3A^3) = -9.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 2A^2 A^3) = -6.$ | <input type="checkbox"/> $\det(2A) = -24.$ |



Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 4$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

U e V sono in somma diretta.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

La matrice A non è invertibile



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte gravemente errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U + V = \mathbb{R}^5$. Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.
 $\dim(U \cap V) = 1$. $U \subset V$.

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$. $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.
 $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(3A) = -6$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 1$
 $x + y + z = 0$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1.$ $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$
 $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$ $\det(4A) = -4.$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $x + y + z = 0$
 $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 1.$ $U \subset V.$
 Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$ $U + V = \mathbb{R}^5.$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A) = -6.$ $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$
 $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$ $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ La matrice A non è invertibile
 $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2.$ U e V non sono in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) = 0.$ Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(3A^1 3A^2 3A^3) = -9.$ | <input type="checkbox"/> $\det(2A) = -24.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 A^3 - A^1) = -3.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 2A^2 A^3) = -6.$ |



Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 2$.
 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$. $\dim(U \cap V) = 0$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartpone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) < 3$. $\dim(U + V) \geq 3$.
 U e V non possono essere in somma diretta. V è sottoinsieme di U .

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A) = -6$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
 $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$. $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 3$.

 V è sottoinsieme di U . U e V non possono essere in somma diretta.

$\dim(U \cap V) < 3$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x - 2y + z = 0$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$ Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$ Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U \cap V) < 3$.
 V è sottoinsieme di U . $\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.
 $\det(4A) = -4$. $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$ $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$U + V = \mathbb{R}^5$.

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

$\dim(U \cap V) = 1$.

$U \subset V$.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

$\det(2A) = -24$.

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

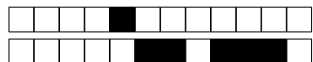
Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(4A) = -8.$ | <input type="checkbox"/> $\det(2A^1 A^2 A^3) = -8.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 - A^2 A^3) = 2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^3 A^2) = 2.$ |



Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U + V = \mathbb{R}^5$.
- $\dim(U \cap V) = 1$.
- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.
- $U \subset V$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(3A) = -6$.

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 4$.

 U e V sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 0$

$x + y + z = 1$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$ Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$ Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 - A^2 A^3) = 2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(4A) = -8.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(2A^1 A^2 A^3) = -8.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^3 A^2) = 2.$ |



Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

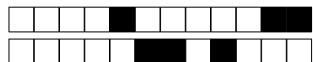
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 0$ $x + y + z = 1$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 4$. U e V sono in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) \geq 1$. $\dim(U \cap V) = 2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

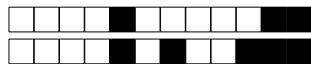
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x - 2y + z = 0$
 $x + y + z = 0$
 $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1$. $\det(4A) = -4$.
 $\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$. $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) < 3$. U e V non possono essere in somma diretta.
 V è sottoinsieme di U . $\dim(U + V) \geq 3$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 A^3 - A^1) = -3.$ | <input type="checkbox"/> $\det(3A^1 3A^2 3A^3) = -9.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(2A) = -24.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 2A^2 A^3) = -6.$ |



Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

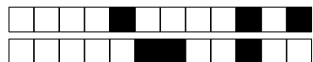
$\dim(U \cap V) = 1$. Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.
 $U \subset V$. $U + V = \mathbb{R}^5$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

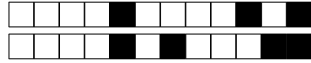
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$. Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.
- $\dim(U \cap V) = 0$. U e V non sono in somma diretta.

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$. $\det(3A) = -6$.
- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

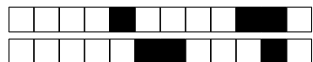
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $x - 2y + z = 0$
- $x + y + z = 0$. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

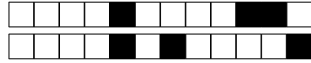
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 1.$ $U + V = \mathbb{R}^5.$
 Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$ $U \subset V.$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

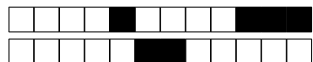
$\det(3A) = -6.$ $\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2.$
 $\det(A^1 | A^2 | 2A^3) = -16.$ $\det(A^2 | A^1 | A^3) = 2.$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non è invertibile $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartpone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

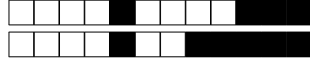
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.
- $\det(4A) = -4$.
- $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) \geq 1$.
- $\dim(U \cap V) = 2$.
- $\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

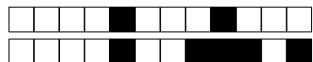
.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(4A) = -8.$ | <input type="checkbox"/> $\det(2A^1 A^2 A^3) = -8.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 - A^2 A^3) = 2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^3 A^2) = 2.$ |



Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

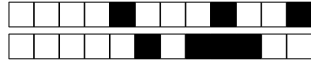
$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 0$.
 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$. $\dim(U \cap V) = 2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

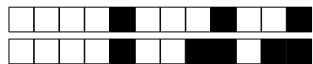
w p a c

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$ $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$ $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$ Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 V è sottoinsieme di U . $\dim(U \cap V) < 3$. $\dim(U + V) \geq 3$. U e V non possono essere in somma diretta.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 1$. $U \subset V$.
 $U + V = \mathbb{R}^5$. Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $x - 2y + z = 0$
 $x + y + z = 0$. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$. $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.
 $\det(2A) = -24$. $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

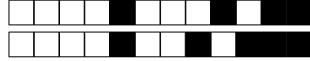
.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(4A) = -4.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 2A^2 3A^3) = -6.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 + A^2 A^3) = -2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(-A^1 A^2 - A^3) = 1.$ |



Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$U \subset V$.

 Se $\dim(U+V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

$\dim(U \cap V) = 1$.

$U + V = \mathbb{R}^5$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$ Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

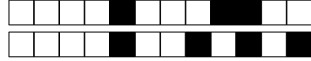
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$. $\dim(U \cap V) = 2$.
- U e V non sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x - 2y + z = 0$ $x + y + z = 0$.
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

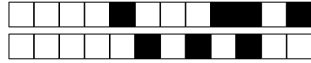
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -4$. $\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$.
- $\det(-A^1 | A^2 | -A^3) = 1$. $\det(A^1 | 2A^2 | 3A^3) = -6$.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\operatorname{rg} A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\operatorname{Ker} A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

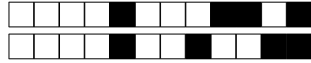
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 2$.

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

$\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$ $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = \mathbf{0}$ Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

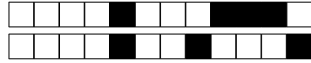
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 1$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

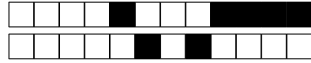
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) \geq 1$.
- $\dim(U \cap V) = 2$.
- U e V sono in somma diretta.
- $\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.
- $\det(3A) = -6$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

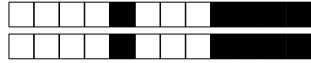
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 4$. U e V sono in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) \geq 1$. $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$. $\det(4A) = -8$.
 $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$. $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

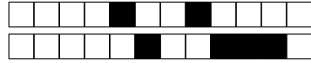
Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 0$. $x - 2y + z = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U \cap V) < 3$.
 $\dim(U + V) \geq 3$. V è sottoinsieme di U .

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

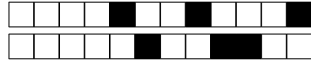
- $\det(4A) = -4$. $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.
 $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $x - 2y + z = 0$ $x + y + z = 0$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartpone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

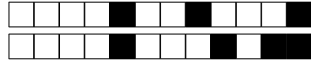
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$. $\dim(U \cap V) = 0$.
- $\dim(U \cap V) = 2$. U e V non sono in somma diretta.

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$. $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.
- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$. $\det(4A) = -8$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

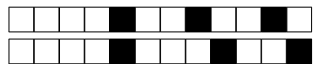
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

U e V non possono essere in somma diretta.

$\dim(U \cap V) < 3$.

$\dim(U + V) \geq 3$.

V è sottoinsieme di U .

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

$\det(4A) = -8$.

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

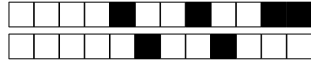
Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte gravemente errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi

adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$ $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$
 $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$ $\det(2A) = -24.$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) < 3.$ U e V non possono essere in somma diretta.
 V è sottoinsieme di $U.$ $\dim(U + V) \geq 3.$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 1$

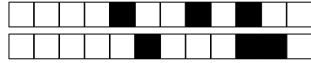
Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

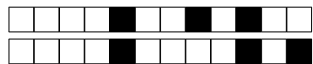
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U \subset V$. Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.
 $\dim(U \cap V) = 1$. $U + V = \mathbb{R}^5$.

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$. $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.
 $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(4A) = -4$.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 1$ $x + y + z = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:
.....
.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

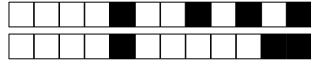
w p a c

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....
.....
.....
.....
.....
.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A) = -6.$

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2.$

$\dim(U \cap V) \geq 1.$

$\dim(U + V) \geq 4.$

U e V sono in somma diretta.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

$\det(3A) = -6.$

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 0.$

$x - 2y + z = 0$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$ Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 1.$

$U \subset V.$

$U + V = \mathbb{R}^5.$

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

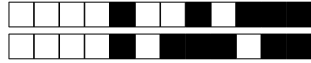
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U \cap V) < 3$.
- $\dim(U + V) \geq 3$. V è sottoinsieme di U .

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$. $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.
- $\det(2A) = -24$. $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 0$
- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$
- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$
- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$
- $\det(2A) = -24.$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U \subset V.$
- Se $\dim(U+V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$
- $U + V = \mathbb{R}^5.$
- $\dim(U \cap V) = 1.$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 0.$
- $x - 2y + z = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

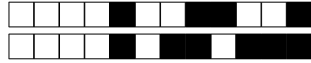
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$ Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2$.

$\dim(U + V) \geq 4$.

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

 U e V sono in somma diretta.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

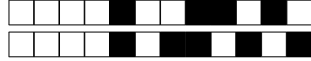
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A) = -6.$ $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$
 $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$ $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$ $U \subset V.$
 $\dim(U \cap V) = 1.$ $U + V = \mathbb{R}^5.$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 1$ $x + y + z = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

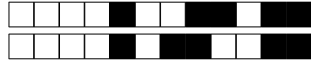
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$. U e V sono in somma diretta.
 $\dim(U + V) \geq 4$. $\dim(U \cap V) \geq 1$.

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.
 $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$. $\det(4A) = -4$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

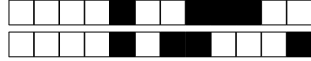
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U + V = \mathbb{R}^5$. $U \subset V$.
 $\dim(U \cap V) = 1$. Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$. $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.
 $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$. $\det(2A) = -24$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

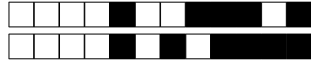
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$.
- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.
- $\dim(U \cap V) = 0$.
- U e V non sono in somma diretta.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$.
- $\det(2A) = -24$.
- $\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.
- $\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 0.$ $x - 2y + z = 0$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A) = -24.$ $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$
 $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$ $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$

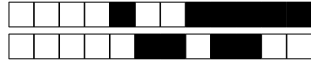
Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U \subset V.$ $U + V = \mathbb{R}^5.$
 $\dim(U \cap V) = 1.$ Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

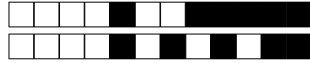
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$ $\det(4A) = -4.$
 $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$ $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1.$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- V è sottoinsieme di U . $\dim(U + V) \geq 3$.
 U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U \cap V) < 3$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$
 $x + y + z = 0$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $U + V = \mathbb{R}^5$.
- $U \subset V$. $\dim(U \cap V) = 1$.

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -4$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$. $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$ $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$
 $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$ $\det(3A) = -6.$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2.$ Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$
 $\dim(U \cap V) = 0.$ U e V non sono in somma diretta.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(4A) = -8$.

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 4$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

U e V sono in somma diretta.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 3$. $\dim(U \cap V) < 3$.
- U e V non possono essere in somma diretta. V è sottoinsieme di U .

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x - 2y + z = 0$ $x + y + z = 0$.
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1 | 2A^2 | 3A^3) = -6$. $\det(4A) = -4$.
- $\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$. $\det(-A^1 | A^2 | -A^3) = 1$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A) = -24.$ $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$
 $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$ $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
 $x - 2y + z = 0$ $x + y + z = 0.$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$ $\dim(U \cap V) = 0.$
 U e V non sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 2.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

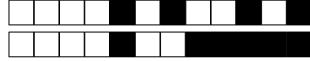
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(4A) = -8.$

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$ Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) \geq 1.$

$\dim(U \cap V) = 2.$

$\dim(U + V) \geq 4.$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0.$

$x - 2y + z = 0$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

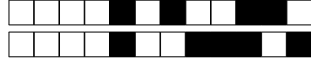
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U + V = \mathbb{R}^5$. $U \subset V$.
 $\dim(U \cap V) = 1$. Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$. $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.
 $\det(2A) = -24$. $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

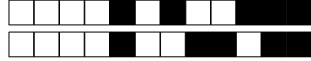
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.
- $\det(3A) = -6$.
- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) \geq 1$.
- $\dim(U \cap V) = 2$.
- $\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

$\det(4A) = -8$.

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x - 2y + z = 0$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 0$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V non sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 0$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$ Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 $\dim(U + V) \geq 3$. V è sottoinsieme di U . U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U \cap V) < 3$.

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A) = -24$.

$\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.

$\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$.

$\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

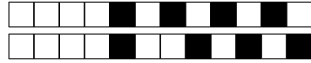
w p a c

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$
- $x + y + z = 0$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) < 3$.
- $\dim(U + V) \geq 3$.
- V è sottoinsieme di U .
- U e V non possono essere in somma diretta.

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(-A^1 | A^2 | -A^3) = 1$.
- $\det(A^1 | 2A^2 | 3A^3) = -6$.
- $\det(4A) = -4$.
- $\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

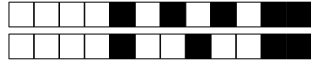
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$x - 2y + z = 0$

$x + y + z = 0.$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 1.$

$U + V = \mathbb{R}^5.$

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$

$U \subset V.$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$

$\det(4A) = -8.$

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

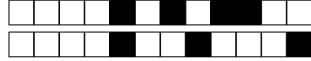
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$U \subset V$.

$\dim(U \cap V) = 1$.

$U + V = \mathbb{R}^5$.

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(3A) = -6$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

$2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

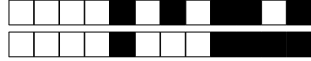
.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $\det(4A) = -4.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 + A^2 A^3) = -2.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 2A^2 3A^3) = -6.$ | <input type="checkbox"/> $\det(-A^1 A^2 - A^3) = 1.$ |



Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x - 2y + z = 0$
 $x + y + z = 0.$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$ Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V sono in somma diretta. $\dim(U + V) \geq 4.$ $\dim(U \cap V) \geq 1.$ $\dim(U \cap V) = 2.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....

.....

.....

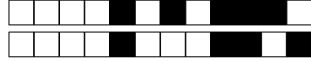
.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 - A^2 A^3) = 2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(2A^1 A^2 A^3) = -8.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(4A) = -8.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^3 A^2) = 2.$ |



Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- La matrice A non è invertibile

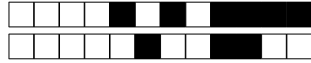
Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.
- U e V non sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) = 0$.
- $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

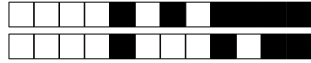
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 0$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.
- $\det(2A) = -24$.
- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.
- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 3$.
- U e V non possono essere in somma diretta.
- V è sottoinsieme di U .
- $\dim(U \cap V) < 3$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$. $\det(2A) = -24$.
 $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$. $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) \geq 1$. $\dim(U \cap V) = 2$.
 U e V sono in somma diretta. $\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x - 2y + z = 0$ $x + y + z = 0$.
 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

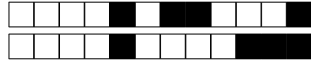
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$. $\dim(U \cap V) \geq 1$.
 U e V sono in somma diretta. $\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.
 $\det(3A) = -6$. $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

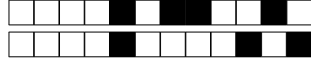
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A) = -6$.
- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.
- U e V non sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) = 2$.
- $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non possiede inversa.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 1$.

$U \subset V$.

$U + V = \mathbb{R}^5$.

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$.

$\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.

$\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$.

$\det(2A) = -24$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$
- $\det(4A) = -8.$
- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$
- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U + V = \mathbb{R}^5.$
- $U \subset V.$
- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$
- $\dim(U \cap V) = 1.$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $x + y + z = 0.$
 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x - 2y + z = 0$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$ $\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$
 $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$ $\det(4A) = -8.$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ La matrice A non è invertibile

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non sono in somma diretta. Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$
 $\dim(U \cap V) = 2.$ $\dim(U \cap V) = 0.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$. U e V non sono in somma diretta.
 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$. $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -8$. $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.
 $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$. $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$.
- $\dim(U \cap V) \geq 1$.
- $\dim(U + V) \geq 4$.
- U e V sono in somma diretta.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A) = -24$.
- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.
- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.
- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U \cap V) < 3$.
- V è sottoinsieme di U . $\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$. $\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1$.
- $\det(4A) = -4$. $\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 2$.
 $\dim(U + V) \geq 4$. $\dim(U \cap V) \geq 1$.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$. $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.
 $\det(2A) = -24$. $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $x - 2y + z = 0$
 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x - 2y + z = 0$ $x + y + z = 0$.

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 2$.
- $\dim(U \cap V) \geq 1$. $\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$. $\det(2A) = -24$.
- $\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$. $\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$
- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$
- $\det(3A) = -6.$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$
- $\dim(U \cap V) = 1.$
- $U \subset V.$
- $U + V = \mathbb{R}^5.$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$

- $x + y + z = 0.$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
- $x - 2y + z = 0$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartpone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$.
- U e V non sono in somma diretta.
- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.
- $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.
- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.
- $\det(2A) = -24$.
- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$
- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$. $\dim(U \cap V) = 0$.
- U e V non sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 1$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A) = -6$. $\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$.
- $\det(A^1 | A^2 | 2A^3) = -16$. $\det(A^2 | A^1 | A^3) = 2$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non è invertibile
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.
- $U \subset V$.
- $U + V = \mathbb{R}^5$.
- $\dim(U \cap V) = 1$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x - 2y + z = 0$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
- $x + y + z = 0$.

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.
- $\det(3A) = -6$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x - 2y + z = 0$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

$\dim(U \cap V) = 1$.

$U \subset V$.

$U + V = \mathbb{R}^5$.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

$\det(4A) = -8$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non possiede inversa.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U \subset V$.
- $U + V = \mathbb{R}^5$.
- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.
- $\dim(U \cap V) = 1$.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.
- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.
- $\det(4A) = -8$.
- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 1$
- $x + y + z = 0$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$

$\det(2A) = -24.$

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 2.$

$\dim(U + V) \geq 4.$

$\dim(U \cap V) \geq 1.$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$x + y + z = 0$

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x - 2y + z = 0$

$x + y + z = 0.$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

$\det(4A) = -4.$

$\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1.$

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$ $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$ Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$ $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$

$\dim(U \cap V) = 2.$

 $\dim(U \cap V) = 0.$ U e V non sono in somma diretta.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1.$

$\det(4A) = -4.$

$\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2.$

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V non possono essere in somma diretta. V è sottoinsieme di U . $\dim(U \cap V) < 3$. $\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

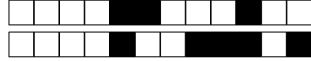
.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) = 1.$ | <input type="checkbox"/> $U \subset V.$ |
| <input type="checkbox"/> $U + V = \mathbb{R}^5.$ | <input type="checkbox"/> Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$ |



Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non possiede inversa.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 1$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.
- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.
- $\det(3A) = -6$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

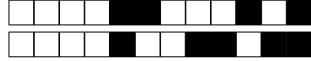
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 2$.
 $\dim(U + V) \geq 4$. $\dim(U \cap V) \geq 1$.

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(4A) = -4$.
 $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$. $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$
- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$
- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$
- $\det(2A) = -24.$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) \geq 1.$
- $\dim(U + V) \geq 4.$
- $\dim(U \cap V) = 2.$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\det(-A^1 A^2 -A^3) = 1.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 2A^2 3A^3) = -6.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(4A) = -4.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1+A^2 A^3) = -2.$ |



Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 0$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 3$. U e V non possono essere in somma diretta.
 V è sottoinsieme di U . $\dim(U \cap V) < 3$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

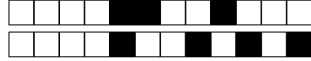
w p a c

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$
- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$
- $\det(3A) = -6.$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 0.$
- $x - 2y + z = 0$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2.$
- $\dim(U \cap V) = 0.$
- U e V non sono in somma diretta.
- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -8.$
- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$
- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$
- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) = 0.$
- $\dim(U \cap V) = 2.$
- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 1$. $U + V = \mathbb{R}^5$.
 $U \subset V$. Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2$. $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.
 $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$. $\det(4A) = -8$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(3A) = -6$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

$2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 3$.

$\dim(U \cap V) < 3$.

U e V non possono essere in somma diretta.

V è sottoinsieme di U .

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 0$.

$x - 2y + z = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....

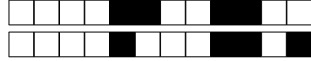
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 3$. $\dim(U \cap V) < 3$.
- U e V non possono essere in somma diretta. V è sottoinsieme di U .

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -4$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$. $\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1$.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\det(3A^1 3A^2 3A^3) = -9.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 A^3 - A^1) = -3.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(2A) = -24.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 2A^2 A^3) = -6.$ |



Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 4$.

U e V sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

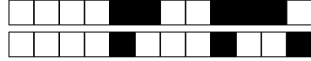
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$
- $\det(2A) = -24.$
- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$
- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x - 2y + z = 0$
- $x + y + z = 0.$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non possono essere in somma diretta.
- $\dim(U + V) \geq 3.$
- $\dim(U \cap V) < 3.$
- V è sottoinsieme di $U.$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 4$. $\dim(U \cap V) = 2$.
 U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) \geq 1$.

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$. $\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$.
 $\det(2A) = -24$. $\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

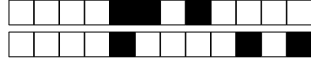
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A) = -6$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.
- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$
- $x + y + z = 0$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) = 2$.
- $\dim(U + V) \geq 4$.
- $\dim(U \cap V) \geq 1$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta. w p a c

.....

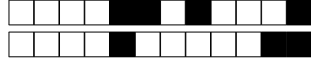
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -4.$
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$
- $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1.$
- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$
- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 1.$
- $U + V = \mathbb{R}^5.$
- $U \subset V.$
- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $U + V = \mathbb{R}^5$.
 $U \subset V$. $\dim(U \cap V) = 1$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1 | A^3 | A^2) = 2$. $\det(A^1 | A^1 - A^2 | A^3) = 2$.
 $\det(4A) = -8$. $\det(2A^1 | A^2 | A^3) = -8$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi

adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$U + V = \mathbb{R}^5$.

$U \subset V$.

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

$\dim(U \cap V) = 1$.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$.

$\det(A^1 | 2A^2 | 3A^3) = -6$.

$\det(-A^1 | A^2 | -A^3) = 1$.

$\det(4A) = -4$.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non possiede inversa.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$U \subset V$.

$\dim(U \cap V) = 1$.

$U + V = \mathbb{R}^5$.

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A) = -24$.

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A) = -24.$

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V non possono essere in somma diretta. V è sottoinsieme di U .

$\dim(U + V) \geq 3.$

$\dim(U \cap V) < 3.$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x - 2y + z = 0$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x + y + z = 0.$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$ $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$ $\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$
 $\det(4A) = -8.$ $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 3.$ U e V non possono essere in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) < 3.$ V è sottoinsieme di U .

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$

$\det(4A) = -8.$

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x + y + z = 0.$

$x - 2y + z = 0$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 3.$

$\dim(U \cap V) < 3.$

 U e V non possono essere in somma diretta. V è sottoinsieme di U .

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

 $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

 $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- V è sottoinsieme di U .
 $\dim(U \cap V) < 3$.
 U e V non possono essere in somma diretta.
 $\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -8$.
 $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.
 $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.
 $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(4A) = -4$.
- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.
- $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$
- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) \geq 1$.
- $\dim(U \cap V) = 2$.
- $\dim(U + V) \geq 4$.
- U e V sono in somma diretta.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x - 2y + z = 0$

$x + y + z = 0.$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$ $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$ $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 $\dim(U + V) \geq 3.$ U e V non possono essere in somma diretta. V è sottoinsieme di U . $\dim(U \cap V) < 3.$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

$\det(3A) = -6.$

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

V è sottoinsieme di U . $\dim(U + V) \geq 3$.
 U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U \cap V) < 3$.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1$. $\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$.
 $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$. $\det(4A) = -4$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 A^3 - A^1) = -3.$ | <input type="checkbox"/> $\det(2A) = -24.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 2A^2 A^3) = -6.$ | <input type="checkbox"/> $\det(3A^1 3A^2 3A^3) = -9.$ |



Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

Se $\dim(U+V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

$U+V = \mathbb{R}^5$.

$U \subset V$.

$\dim(U \cap V) = 1$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y+z-t = x-2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.
- U e V non sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) = 0$.
- $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.
- $\det(2A) = -24$.
- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.
- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2.$ $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$
 $\det(3A) = -6.$ $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

Se $\dim(U+V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$ $U \subset V.$
 $U + V = \mathbb{R}^5.$ $\dim(U \cap V) = 1.$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$ Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$

$\det(4A) = -8.$

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 V è sottoinsieme di U . $\dim(U \cap V) < 3.$ U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U + V) \geq 3.$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$ $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$
 $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$ $\det(3A) = -6.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 1.$ $U + V = \mathbb{R}^5.$
 Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$ $U \subset V.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
 $\det(3A) = -6$. $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$ $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) \geq 1$. U e V sono in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) = 2$. $\dim(U + V) \geq 4$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$x + y + z = 0$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2$.

Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

$\dim(U \cap V) = 0$.

U e V non sono in somma diretta.

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A^1 | A^2 | A^3) = -8$.

$\det(4A) = -8$.

$\det(A^1 | A^3 | A^2) = 2$.

$\det(A^1 | A^1 - A^2 | A^3) = 2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^3 A^2) = 2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 - A^2 A^3) = 2.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(4A) = -8.$ | <input type="checkbox"/> $\det(2A^1 A^2 A^3) = -8.$ |



Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$. $\dim(U \cap V) = 2$.
- U e V non sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- V è sottoinsieme di U . $\dim(U \cap V) < 3$.
- U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$. $\det(4A) = -8$.
- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$. $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa.

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 1$.

$U + V = \mathbb{R}^5$.

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

$U \subset V$.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.

$\det(4A) = -4$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$x + y + z = 0$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) < 3$.

 U e V non possono essere in somma diretta.

$\dim(U + V) \geq 3$.

 V è sottoinsieme di U .

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$ Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(4A) = -8$.

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

$\dim(U + V) \geq 4$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

U e V sono in somma diretta.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(3A) = -6$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

$X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$U \subset V$.

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

$\dim(U \cap V) = 1$.

$U + V = \mathbb{R}^5$.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$

$\det(3A) = -6.$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2.$

 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$

$\dim(U \cap V) = 0.$

 U e V non sono in somma diretta.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$. $\det(2A) = -24$.
 $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$. $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) \geq 1$. $\dim(U + V) \geq 4$.
 U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x - 2y + z = 0$
- $x + y + z = 0$.
- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) < 3$.
- U e V non possono essere in somma diretta.
- V è sottoinsieme di U .
- $\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -4$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.
- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non possiede inversa.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 0$. $\dim(U \cap V) = 2$.
- U e V non sono in somma diretta. Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(4A) = -4$.
- $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$. $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) < 3$. U e V non possono essere in somma diretta.
- $\dim(U + V) \geq 3$. V è sottoinsieme di U .

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1 | A^3 | A^2) = 2$. $\det(A^1 | A^1 - A^2 | A^3) = 2$.
- $\det(2A^1 | A^2 | A^3) = -8$. $\det(4A) = -8$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V non possono essere in somma diretta.

$\dim(U \cap V) < 3$.

$\dim(U + V) \geq 3$.

 V è sottoinsieme di U .

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$ $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$ Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A) = -24$.

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 3$. V è sottoinsieme di U .
- U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U \cap V) < 3$.

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$. $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.
- $\det(4A) = -8$. $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$.
- $x - 2y + z = 0$
- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 3$. U e V non possono essere in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) < 3$. V è sottoinsieme di U .

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A) = -6$. $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.
- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -8.$ $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$
- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$ $\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2.$ Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$
- U e V non sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 0.$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$$

$x + y + z = 0$

$x + y + z = 1$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 3$.

$\dim(U \cap V) < 3$.

 U e V non possono essere in somma diretta. V è sottoinsieme di U .

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

$\det(2A) = -24$.

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$ Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale? w p a c

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x + y + z = 0$.

$x - 2y + z = 0$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

$\det(4A) = -8$.

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V non sono in somma diretta. Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

$\dim(U \cap V) = 0$.

$\dim(U \cap V) = 2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 4$. U e V sono in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) \geq 1$. $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$. $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.
 $\det(2A) = -24$. $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 4$. $\dim(U \cap V) = 2$.
 U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) \geq 1$.

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -4$. $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.
 $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 2A^2 A^3) = -6.$ | <input type="checkbox"/> $\det(3A^1 3A^2 3A^3) = -9.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 A^3 - A^1) = -3.$ | <input type="checkbox"/> $\det(2A) = -24.$ |



Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$ Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$ $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$ $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V non possono essere in somma diretta. V è sottoinsieme di U . $\dim(U \cap V) < 3$. $\dim(U + V) \geq 3$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 A^3 - A^1) = -3.$ | <input type="checkbox"/> $\det(2A) = -24.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 2A^2 A^3) = -6.$ | <input type="checkbox"/> $\det(3A^1 3A^2 3A^3) = -9.$ |



Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$ Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$ Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x + y + z = 0$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x - 2y + z = 0$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 4$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

 U e V sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) \geq 1$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ | <input type="checkbox"/> $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ |
| | <input type="checkbox"/> $x + y + z = 1$ |
| | <input type="checkbox"/> $x + y + z = 0$ |

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^3 A^2) = 2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(4A) = -8.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(2A^1 A^2 A^3) = -8.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 - A^2 A^3) = 2.$ |

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ | <input type="checkbox"/> $A^{-1} = A^T$ |
| <input type="checkbox"/> La matrice A non è invertibile | <input type="checkbox"/> $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ |

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\dim(U + V) \geq 4.$ | <input type="checkbox"/> U e V sono in somma diretta. |
| <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) = 2.$ | <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) \geq 1.$ |

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- | | | | |
|---|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ | <input type="checkbox"/> $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ | <input type="checkbox"/> $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ | <input type="checkbox"/> $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ |
|---|--|---|--|



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se $\dim(U+V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $U \subset V$.
 $U+V = \mathbb{R}^5$. $\dim(U \cap V) = 1$.

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -4$. $\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1$.
 $\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$. $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x+y+z = x-t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1+t \\ z = 1+t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

$\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1.$

$\det(4A) = -4.$

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non possiede inversa.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

U e V non sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 2.$

$\dim(U \cap V) = 0.$

Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$ $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$
 $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$ $\det(2A) = -24.$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) < 3.$ U e V non possono essere in somma diretta.
 $\dim(U + V) \geq 3.$ V è sottoinsieme di U .

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A) = -6.$ $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$
 $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$ $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- V è sottoinsieme di $U.$ U e V non possono essere in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) < 3.$ $\dim(U + V) \geq 3.$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se $\operatorname{rg} A = n$, allora $X_1 = 0$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\operatorname{Ker} A$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(4A) = -8.$

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0.$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x - 2y + z = 0$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$

$\dim(U \cap V) = 0.$

$\dim(U \cap V) = 2.$

 U e V non sono in somma diretta.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Se $\operatorname{rg} A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Il vettore X_1 non appartiene a $\operatorname{Ker} A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$ $\det(2A) = -24.$
 $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$ $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 0.$
 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$ $\dim(U \cap V) = 2.$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ La matrice A non è invertibile



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) \geq 1$. $\dim(U \cap V) = 2$.
 U e V sono in somma diretta. $\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 0$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ La matrice A non è invertibile
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$. $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.
 $\det(2A) = -24$. $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi

adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

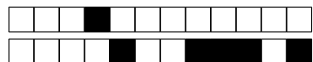
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$ $\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$
 $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$ $\det(4A) = -8.$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 4.$ $\dim(U \cap V) = 2.$
 $\dim(U \cap V) \geq 1.$ U e V sono in somma diretta.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

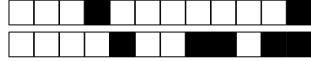
.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(2A^1 A^2 A^3) = -8.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^3 A^2) = 2.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 - A^2 A^3) = 2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(4A) = -8.$ |



Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 0.$

$x - 2y + z = 0$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) < 3.$

$\dim(U + V) \geq 3.$

 U e V non possono essere in somma diretta. V è sottoinsieme di U .

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$ $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$ $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

 $A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

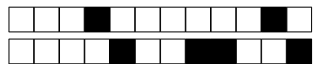
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non possiede inversa.

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 3$.
- $\dim(U \cap V) < 3$.
- U e V non possono essere in somma diretta.
- V è sottoinsieme di U .

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.
- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.
- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.
- $\det(4A) = -8$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

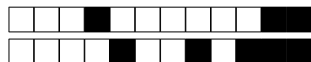
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$ Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(4A) = -4$.

$\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.

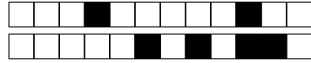
Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 2$.

$\dim(U + V) \geq 4$.

$\dim(U \cap V) \geq 1$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

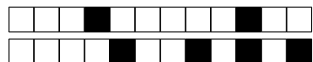
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ La matrice A non è invertibile
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$ $x + y + z = 0$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

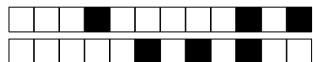
- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $U \subset V$.
- $U + V = \mathbb{R}^5$. $\dim(U \cap V) = 1$.

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A^1 | A^2 | A^3) = -8$. $\det(4A) = -8$.
- $\det(A^1 | A^3 | A^2) = 2$. $\det(A^1 | A^1 - A^2 | A^3) = 2$.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

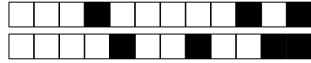
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x - 2y + z = 0$

$x + y + z = 0.$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 0.$

 U e V non sono in somma diretta.

Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$

$\dim(U \cap V) = 2.$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$

$\det(2A) = -24.$

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

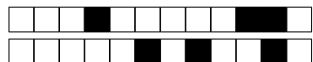
Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

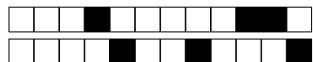
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$ Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 $\dim(U \cap V) < 3$. U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U + V) \geq 3$. V è sottoinsieme di U .

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0$.

$x - 2y + z = 0$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

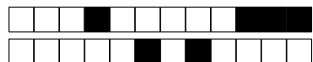
Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

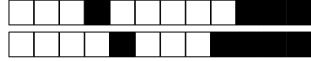
.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\det(-A^1 A^2 - A^3) = 1.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 2A^2 3A^3) = -6.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(4A) = -4.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 + A^2 A^3) = -2.$ |



Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) \geq 1$. $\dim(U \cap V) = 2$.
 $\dim(U + V) \geq 4$. U e V sono in somma diretta.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $x + y + z = 1$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A) = -6.$ $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$
 $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$ $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $x - 2y + z = 0$ $x + y + z = 0.$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U \subset V.$ $U + V = \mathbb{R}^5.$
 Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$ $\dim(U \cap V) = 1.$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

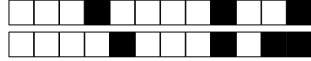
.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 A^3 - A^1) = -3.$ | <input type="checkbox"/> $\det(3A^1 3A^2 3A^3) = -9.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 2A^2 A^3) = -6.$ | <input type="checkbox"/> $\det(2A) = -24.$ |



Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$. U e V non sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) = 2$. $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U + V = \mathbb{R}^5$.
- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.
- $\dim(U \cap V) = 1$.
- $U \subset V$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x - 2y + z = 0$
- $x + y + z = 0$.
- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.
- $\det(2A) = -24$.
- $\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$.
- $\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

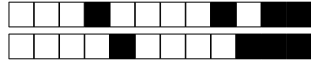
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$$

$x + y + z = 1$

$x + y + z = 0$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$ Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$ $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$ $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2$.

 U e V non sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 0$.

 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$.

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

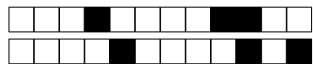
.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\det(3A) = -6.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 2A^3) = -16.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^2 A^1 A^3) = 2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 + A^2 A^3) = -2.$ |



Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 0$

$x + y + z = 1$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

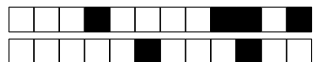
Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

$\dim(U \cap V) = 0$.

U e V non sono in somma diretta.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

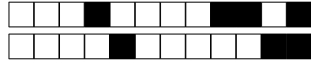
.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(3A^1 3A^2 3A^3) = -9.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 2A^2 A^3) = -6.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 A^3 - A^1) = -3.$ | <input type="checkbox"/> $\det(2A) = -24.$ |



Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non è invertibile $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 4$. $\dim(U \cap V) \geq 1$.
 $\dim(U \cap V) = 2$. U e V sono in somma diretta.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

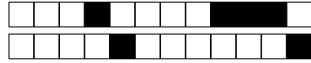
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 1$.

 Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

$U + V = \mathbb{R}^5$.

 $U \subset V$.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.

$\det(2A) = -24$.

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$ Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$ $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$ Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

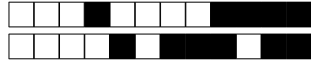
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$x + y + z = 0$

$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2$.

$\dim(U \cap V) = 0$.

Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

U e V non sono in somma diretta.

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

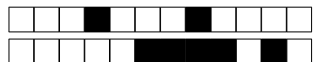
Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(4A) = -8.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 - A^2 A^3) = 2.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(2A^1 A^2 A^3) = -8.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^3 A^2) = 2.$ |



Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U + V = \mathbb{R}^5$.
- $U \subset V$.
- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.
- $\dim(U \cap V) = 1$.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte gravemente errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

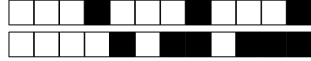
.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $\det(3A) = -6.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 + A^2 A^3) = -2.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 2A^3) = -16.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^2 A^1 A^3) = 2.$ |



Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se $\dim(U+V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $U+V = \mathbb{R}^5$.
 $\dim(U \cap V) = 1$. $U \subset V$.

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

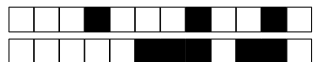
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

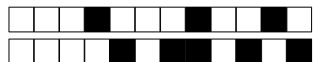
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 1$. $U \subset V$.
 Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $U + V = \mathbb{R}^5$.

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A) = -24$. $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.
 $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$. $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 La matrice A non è invertibile $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $x - 2y + z = 0$
 $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....

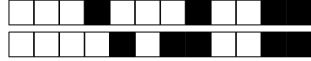
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x + y + z = 0.$

$x - 2y + z = 0$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$

$\det(4A) = -4.$

$\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$ $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$ $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

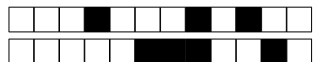
Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 3.$

 U e V non possono essere in somma diretta.

$\dim(U \cap V) < 3.$

 V è sottoinsieme di U .



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartpone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

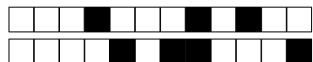
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x - 2y + z = 0$

$x + y + z = 0.$

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$

$\det(3A) = -6.$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 4.$

$\dim(U \cap V) = 2.$

$\dim(U \cap V) \geq 1.$

 U e V sono in somma diretta.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

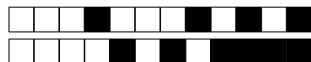
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) < 3$. V è sottoinsieme di U .
 $\dim(U + V) \geq 3$. U e V non possono essere in somma diretta.

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1 | A^2 | 2A^3) = -16$. $\det(3A) = -6$.
 $\det(A^2 | A^1 | A^3) = 2$. $\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....

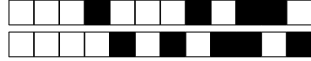
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(-A^1|A^2|A^3) = 1.$ $\det(4A) = -4.$
 $\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2.$ $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 La matrice A non è invertibile
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 0.$ U e V non sono in somma diretta.
 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$ $\dim(U \cap V) = 2.$

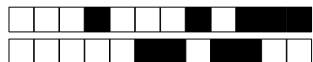
Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0.$ $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x - 2y + z = 0$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

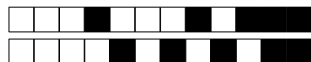
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) \geq 1$. U e V sono in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) = 2$. $\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

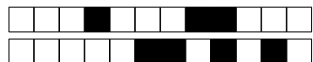
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.
 $\det(4A) = -4$. $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 La matrice A non è invertibile $A^{-1} = A^T$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

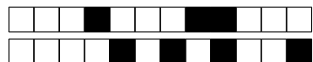
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U \subset V$. Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.
 $\dim(U \cap V) = 1$. $U + V = \mathbb{R}^5$.

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$. $\det(2A) = -24$.
 $\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$. $\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....

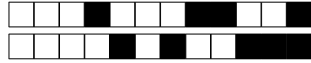
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 4$.

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

U e V sono in somma diretta.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

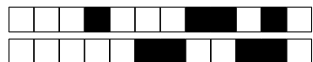
Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

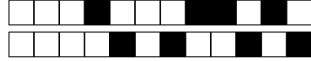
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 4$. $\dim(U \cap V) = 2$.
 U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) \geq 1$.

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$. $\det(2A) = -24$.
 $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$. $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 0$. $x - 2y + z = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

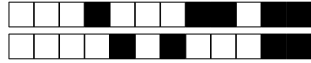
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 3$. U e V non possono essere in somma diretta.
 V è sottoinsieme di U . $\dim(U \cap V) < 3$.

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
 $x - 2y + z = 0$ $x + y + z = 0$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

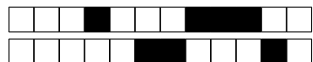
Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1$. $\det(4A) = -4$.
 $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$. $\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

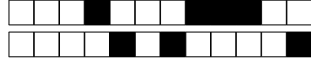
.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. | <input type="checkbox"/> $U + V = \mathbb{R}^5$. |
| <input type="checkbox"/> $U \subset V$. | <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) = 1$. |



Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -8.$
- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$
- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$
- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x - 2y + z = 0$
- $x + y + z = 0.$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte gravemente errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

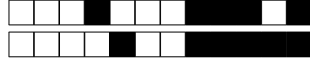
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non possono essere in somma diretta.
- $\dim(U + V) \geq 3$.
- $\dim(U \cap V) < 3$.
- V è sottoinsieme di U .

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 1$
- $x + y + z = 0$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A) = -24$.
- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.
- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.
- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

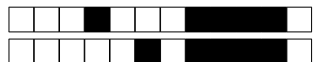
Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

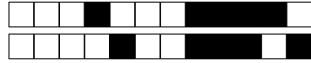
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

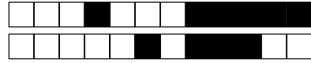
- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$
- $\det(2A) = -24.$
- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$
- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$
- $\dim(U \cap V) = 2.$
- U e V non sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) = 0.$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0.$
- $x - 2y + z = 0$
- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

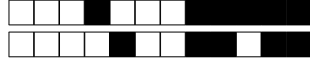
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U \subset V$. $\dim(U \cap V) = 1$.
- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $U + V = \mathbb{R}^5$.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$. $\det(2A) = -24$.
- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$. $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
- $x + y + z = 0$. $x - 2y + z = 0$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) < 3$.

V è sottoinsieme di U .

U e V non possono essere in somma diretta.

$\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(4A) = -4$.

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

$\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

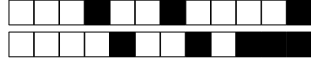
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$. $\det(4A) = -8$.
- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$. $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) < 3$. U e V non possono essere in somma diretta.
- V è sottoinsieme di U . $\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

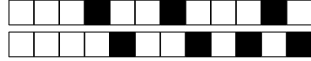
Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\det(3A) = -6.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 2A^3) = -16.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^2 A^1 A^3) = 2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 + A^2 A^3) = -2.$ |



Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 4$.

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

U e V sono in somma diretta.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

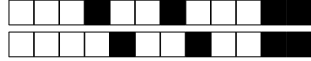
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$ $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$ $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 $U \subset V$. Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $\dim(U \cap V) = 1$. $U + V = \mathbb{R}^5$.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

$\det(2A) = -24$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$ $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$
 $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$ $\det(3A) = -6.$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U \subset V.$ $U + V = \mathbb{R}^5.$
 $\dim(U \cap V) = 1.$ Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(2A^1 A^2 A^3) = -8.$ | <input type="checkbox"/> $\det(4A) = -8.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^3 A^2) = 2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 - A^2 A^3) = 2.$ |



Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x - 2y + z = 0$

$x + y + z = 0.$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2.$

$\dim(U \cap V) \geq 1.$

$\dim(U + V) \geq 4.$

 U e V sono in somma diretta.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$. U e V non sono in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) = 0$. $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
 $x + y + z = 0$.
 $x - 2y + z = 0$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$. $\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$.
 $\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$. $\det(2A) = -24$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 3$.

U e V non possono essere in somma diretta.

V è sottoinsieme di U .

$\dim(U \cap V) < 3$.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

$\det(2A) = -24$.

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

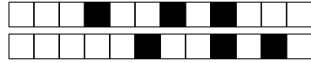
Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 2A^2 A^3) = -6.$ | <input type="checkbox"/> $\det(2A) = -24.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 A^3 - A^1) = -3.$ | <input type="checkbox"/> $\det(3A^1 3A^2 3A^3) = -9.$ |



Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$x + y + z = 0$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

$\dim(U \cap V) = 1$.

$U + V = \mathbb{R}^5$.

$U \subset V$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

$\det(4A) = -8.$

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

$2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

U e V sono in somma diretta.

$\dim(U + V) \geq 4.$

$\dim(U \cap V) = 2.$

$\dim(U \cap V) \geq 1.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$. U e V non sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) = 2$. $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x - 2y + z = 0$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $x + y + z = 0$.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(-A^1|A^2|A^3) = 1$. $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.
- $\det(4A) = -4$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

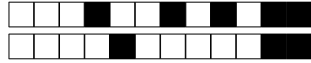
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x - 2y + z = 0$

$x + y + z = 0$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$U + V = \mathbb{R}^5$.

$U \subset V$.

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

$\dim(U \cap V) = 1$.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

$\det(2A) = -24$.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

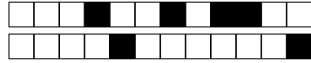
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0$

$x + y + z = 1$

$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V non possono essere in somma diretta.

$\dim(U + V) \geq 3$.

$\dim(U \cap V) < 3$.

 V è sottoinsieme di U .

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(4A) = -4$.

$\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$.

$\det(-A^1 | A^2 | -A^3) = 1$.

$\det(A^1 | 2A^2 | 3A^3) = -6$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$ Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$
- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -4.$
- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$
- $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1.$
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2.$
- $\dim(U \cap V) \geq 1.$
- $\dim(U + V) \geq 4.$
- U e V sono in somma diretta.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(3A) = -6$.
- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.
- $\dim(U \cap V) = 0$.
- $\dim(U \cap V) = 2$.
- U e V non sono in somma diretta.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.
- $\det(2A) = -24$.
- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.
- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 0$
- $x + y + z = 1$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$.
- U e V sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) \geq 1$.
- $\dim(U + V) \geq 4$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 1$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U + V = \mathbb{R}^5$.
- $U \subset V$.
- $\dim(U \cap V) = 1$.
- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.
- $\det(2A) = -24$.
- $\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$.
- $\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = A^T$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 Se $\dim(U+V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

$\dim(U \cap V) = 1$.

 $U + V = \mathbb{R}^5$. $U \subset V$.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$ Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(4A) = -4$.

$\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 1$. $U + V = \mathbb{R}^5$.
 $U \subset V$. Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$. $\det(4A) = -8$.
 $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$. $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 1$.
- $U \subset V$.
- $U + V = \mathbb{R}^5$.
- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.
- $\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1$.
- $\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$.
- $\det(4A) = -4$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $\det(A^2 A^1 A^3) = 2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 2A^3) = -16.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 + A^2 A^3) = -2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(3A) = -6.$ |



Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa.

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$U + V = \mathbb{R}^5$.

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

$\dim(U \cap V) = 1$.

$U \subset V$.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> U e V sono in somma diretta. | <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) \geq 1$. |
| <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) = 2$. | <input type="checkbox"/> $\dim(U + V) \geq 4$. |



Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

$\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1.$

$\det(4A) = -4.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

U e V sono in somma diretta.

$\dim(U + V) \geq 4$.

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1 | 2A^2 | 3A^3) = -6$.

$\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$.

$\det(4A) = -4$.

$\det(-A^1 | A^2 | -A^3) = 1$.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$

$\det(4A) = -8.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U + V) \geq 4.$

 U e V sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) \geq 1.$

$\dim(U \cap V) = 2.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$

$\det(2A) = -24.$

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2.$

$\dim(U + V) \geq 4.$

$\dim(U \cap V) \geq 1.$

U e V sono in somma diretta.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 1$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$.
- U e V non sono in somma diretta.
- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.
- $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.
- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.
- $\det(2A) = -24$.
- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non è invertibile
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 0$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.
 $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$. $\det(3A) = -6$.

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2$. U e V non sono in somma diretta.
 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$. $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Se $\operatorname{rg} A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\operatorname{Ker} A$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

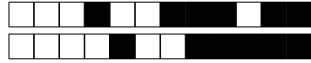
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(4A) = -4.$

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

$\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1.$

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) \geq 1.$

$\dim(U + V) \geq 4.$

$\dim(U \cap V) = 2.$

 U e V sono in somma diretta.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

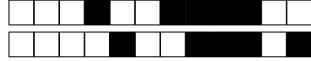
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 1$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) \geq 1$.
- $\dim(U \cap V) = 2$.
- $\dim(U + V) \geq 4$.
- U e V sono in somma diretta.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- La matrice A non è invertibile

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.
- $\det(3A) = -6$.
- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 1$. Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.
 $U + V = \mathbb{R}^5$. $U \subset V$.

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -8$. $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.
 $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$. $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
 $x + y + z = 0$.
 $x - 2y + z = 0$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$ $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$
- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$ $\det(3A) = -6.$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U \cap V) < 3.$
- $\dim(U + V) \geq 3.$ V è sottoinsieme di $U.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x - 2y + z = 0$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1$.

$\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

$\det(4A) = -4$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$U + V = \mathbb{R}^5$.

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

$\dim(U \cap V) = 1$.

$U \subset V$.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x - 2y + z = 0$

$x + y + z = 0$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

U e V sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

$\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.

$\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$.

$\det(2A) = -24$.

$\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte gravemente errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

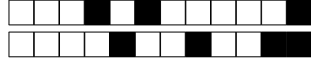
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

$\dim(U + V) \geq 4$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

 U e V sono in somma diretta.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(3A) = -6$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$ Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$ $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 $\dim(U \cap V) \geq 1$. $\dim(U \cap V) = 2$. U e V sono in somma diretta. $\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

$\det(4A) = -8$.

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = \mathbf{0}$ $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2$.

$\dim(U \cap V) = 0$.

 U e V non sono in somma diretta. Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$.

$\det(2A) = -24$.

$\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.

$\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$

$\det(4A) = -8.$

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = A^T$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$ $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$ $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 2.$

$\dim(U \cap V) \geq 1.$

$\dim(U + V) \geq 4.$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0.$

$x - 2y + z = 0$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2$.

$\dim(U \cap V) \geq 1$.

$\dim(U + V) \geq 4$.

 U e V sono in somma diretta.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(4A) = -4$.

$\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non sono in somma diretta.
- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.
- $\dim(U \cap V) = 0$.
- $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.
- $\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$.
- $\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$.
- $\det(2A) = -24$.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

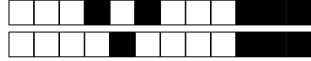
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) < 3$. U e V non possono essere in somma diretta.
- $\dim(U + V) \geq 3$. V è sottoinsieme di U .

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $x + y + z = 1$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$. $\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1$.
- $\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$. $\det(4A) = -4$.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

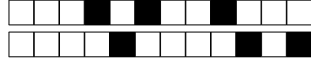
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 1$. $U + V = \mathbb{R}^5$.
 Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $U \subset V$.

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ La matrice A non è invertibile
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
 $\det(3A) = -6$. $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi

adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A) = -24.$ $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$
 $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$ $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U \subset V.$ $U + V = \mathbb{R}^5.$
 $\dim(U \cap V) = 1.$ Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0.$ $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
 $x - 2y + z = 0$
 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi

adeguatamente la risposta.

w p a c

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -8.$ $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$
 $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$ $\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 2.$
 $\dim(U \cap V) \geq 1.$ $\dim(U + V) \geq 4.$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ $x + y + z = 1$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ La matrice A non è invertibile
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.

$\det(4A) = -4$.

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

U e V sono in somma diretta.

$\dim(U + V) \geq 4$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

$\dim(U \cap V) \geq 1$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 2$.
 $\dim(U + V) \geq 4$. $\dim(U \cap V) \geq 1$.

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
 La matrice A non è invertibile $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A) = -6$. $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.
 $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x - 2y + z = 0$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $x + y + z = 0$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

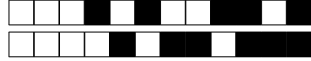
.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $U + V = \mathbb{R}^5$. | <input type="checkbox"/> $U \subset V$. |
| <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) = 1$. | <input type="checkbox"/> Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. |



Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$ $\det(3A) = -6.$
 $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$ $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$ $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(4A) = -4.$

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$

$\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1.$

$\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2.$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$U \subset V.$

$U + V = \mathbb{R}^5.$

$\dim(U \cap V) = 1.$

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

$2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

$\det(4A) = -8$.

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V sono in somma diretta.

$\dim(U + V) \geq 4$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

$\dim(U \cap V) \geq 1$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) \geq 1$. | <input type="checkbox"/> U e V sono in somma diretta. |
| <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) = 2$. | <input type="checkbox"/> $\dim(U + V) \geq 4$. |



Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$

$\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$

$\det(2A) = -24.$

$\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$ Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$
- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$
- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$
- $\det(2A) = -24.$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- V è sottoinsieme di U .
- U e V non possono essere in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) < 3$.
- $\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x + y + z = 0$.

$x - 2y + z = 0$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(-A^1 | A^2 | -A^3) = 1$.

$\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$.

$\det(A^1 | 2A^2 | 3A^3) = -6$.

$\det(4A) = -4$.

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

U e V non possono essere in somma diretta.

V è sottoinsieme di U .

$\dim(U + V) \geq 3$.

$\dim(U \cap V) < 3$.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.
- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.
- $\det(4A) = -8$.
- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) = 0$.
- $\dim(U \cap V) = 2$.
- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non è invertibile $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$ $x + y + z = 0$
 $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(4A) = -4$. $\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$.
 $\det(A^1 | 2A^2 | 3A^3) = -6$. $\det(-A^1 | A^2 | -A^3) = 1$.

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

U e V non sono in somma diretta. Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.
 $\dim(U \cap V) = 2$. $\dim(U \cap V) = 0$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$ Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.

$U + V = \mathbb{R}^5$.

$U \subset V$.

$\dim(U \cap V) = 1$.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

$\det(4A) = -8$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi

adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$. $\dim(U \cap V) \geq 1$.
 U e V sono in somma diretta. $\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non è invertibile $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$. $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.
 $\det(4A) = -8$. $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x - 2y + z = 0$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 0$.

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V non possono essere in somma diretta.

$\dim(U + V) \geq 3$.

$\dim(U \cap V) < 3$.

 V è sottoinsieme di U .

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$ $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$ Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$ $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non è invertibile

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(4A) = -4$.

$\det(-A^1 | A^2 | -A^3) = 1$.

$\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$.

$\det(A^1 | 2A^2 | 3A^3) = -6$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2$.

U e V non sono in somma diretta.

Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

$\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

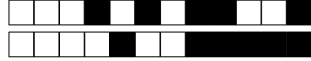
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 0$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

$\det(4A) = -8$.

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) < 3$.

V è sottoinsieme di U .

$\dim(U + V) \geq 3$.

U e V non possono essere in somma diretta.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

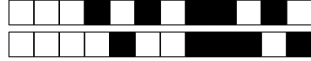
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 0$.

 U e V non sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 2$.

 Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$ $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$ Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

$\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1$.

$\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$.

$\det(4A) = -4$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

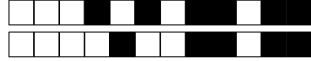
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) \geq 1$.
- U e V sono in somma diretta.
- $\dim(U + V) \geq 4$.
- $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -4$.
- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.
- $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non è invertibile

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- V è sottoinsieme di U . $\dim(U + V) \geq 3$.
- $\dim(U \cap V) < 3$. U e V non possono essere in somma diretta.

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 1$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(-A^1|A^2|A^3) = 1$. $\det(4A) = -4$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$
- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$
- $\det(4A) = -8.$
- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$
- $U \subset V.$
- $\dim(U \cap V) = 1.$
- $U + V = \mathbb{R}^5.$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

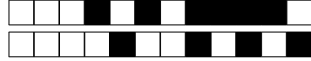
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 0$

$x + y + z = 1$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

U e V non sono in somma diretta.

$\dim(U \cap V) = 0$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

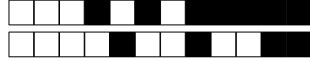
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non sono in somma diretta. Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.
- $\dim(U \cap V) = 2$. $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A) = -6$. $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 0$.
 $\dim(U \cap V) = 2$. Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$.
 $x - 2y + z = 0$ $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$. $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.
 $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$. $\det(4A) = -8$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\det(-A^1 A^2 -A^3) = 1.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1+A^2 A^3) = -2.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(4A) = -4.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 2A^2 3A^3) = -6.$ |



Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) \geq 1$.
 $\dim(U \cap V) = 2$. $\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $x - 2y + z = 0$
 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) \geq 1$. | <input type="checkbox"/> U e V sono in somma diretta. |
| <input type="checkbox"/> $\dim(U + V) \geq 4$. | <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) = 2$. |



Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1.$
- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$
- $\det(4A) = -4.$
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non è invertibile
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$
- $\det(4A) = -4.$
- $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1.$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$
- $x + y + z = 0$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$
- $\dim(U \cap V) = 2.$
- $\dim(U \cap V) = 0.$
- U e V non sono in somma diretta.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\det(3A^1 3A^2 3A^3) = -9.$ | <input type="checkbox"/> $\det(2A) = -24.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 2A^2 A^3) = -6.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 A^3 - A^1) = -3.$ |



Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non sono in somma diretta. Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.
 $\dim(U \cap V) = 2$. $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 1$
 $x + y + z = 0$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1.$ $\det(4A) = -4.$
 $\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2.$ $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 0.$ U e V non sono in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) = 2.$ Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = A^T$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) < 3$.

 V è sottoinsieme di U .

$\dim(U + V) \geq 3$.

 U e V non possono essere in somma diretta.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$ Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$ $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x - 2y + z = 0$

$x + y + z = 0$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1 \mid A^2 \mid A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1 \mid 2A^2 \mid A^3) = -6.$ $\det(A^1 \mid A^2 \mid A^3 - A^1) = -3.$
 $\det(3A^1 \mid 3A^2 \mid 3A^3) = -9.$ $\det(2A) = -24.$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $x + y + z = 0$
 $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- V è sottoinsieme di U . $\dim(U + V) \geq 3$.
 U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U \cap V) < 3$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ La matrice A non è invertibile

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$. $\det(4A) = -8$.
 $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$. $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x - 2y + z = 0$ $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$.

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non possono essere in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) < 3$. $\dim(U + V) \geq 3$.
 V è sottoinsieme di U .



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartpone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = A^T$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U \subset V$. $U + V = \mathbb{R}^5$.
 Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $\dim(U \cap V) = 1$.

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$. $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.
 $\det(2A) = -24$. $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) < 3$.
- U e V non possono essere in somma diretta.
- V è sottoinsieme di U .
- $\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(4A) = -4$.
- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.
- $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 1$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x + y + z = 0.$

$x - 2y + z = 0$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = A^T$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$

$\det(4A) = -4.$

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

$\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1.$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$

$U \subset V.$

$U + V = \mathbb{R}^5.$

$\dim(U \cap V) = 1.$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$ Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 4$.
- U e V sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) \geq 1$.
- $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- La matrice A non è invertibile
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A) = -24$.
- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.
- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.
- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$
- $x + y + z = 1$
- $x + y + z = 0$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$. $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.
- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$. $\det(4A) = -8$.

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 4$. $\dim(U \cap V) \geq 1$.
- $\dim(U \cap V) = 2$. U e V sono in somma diretta.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 1$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$x + y + z = 1$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 0$.

$\dim(U \cap V) = 2$.

U e V non sono in somma diretta.

Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

La matrice A non possiede inversa.

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.
- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.
- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.
- $\det(4A) = -8$.

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x - 2y + z = 0$
- $x + y + z = 0$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) < 3$.
- $\dim(U + V) \geq 3$.
- V è sottoinsieme di U .
- U e V non possono essere in somma diretta.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- V è sottoinsieme di U . $\dim(U \cap V) < 3$.
- U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(3A) = -6$. $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $\det(3A) = -6.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^2 2A^3) = -16.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 + A^2 A^3) = -2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^2 A^1 A^3) = 2.$ |



Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se $\dim(U+V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$. $U \subset V$.
 $U+V = \mathbb{R}^5$. $\dim(U \cap V) = 1$.

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$
 La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 0$. $x - 2y + z = 0$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartpone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) < 3$.

 U e V non possono essere in somma diretta.

V è sottoinsieme di U .

$\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(-A^1|A^2|A^3) = 1$.

$\det(4A) = -4$.

$\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$

$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$

$\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

$\det(4A) = -8.$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

 Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) \geq 1.$

$\dim(U \cap V) = 2.$

 U e V sono in somma diretta.

$\dim(U + V) \geq 4.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2.$ $\det(4A) = -4.$
 $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$ $\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1.$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 1.$ $U + V = \mathbb{R}^5.$
 Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$ $U \subset V.$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $x + y + z = 1$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

$\det(3A) = -6.$

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

$-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

$X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0.$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x - 2y + z = 0$

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V non possono essere in somma diretta. V è sottoinsieme di U . $\dim(U \cap V) < 3.$ $\dim(U + V) \geq 3.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^1 - A^2 A^3) = 2.$ | <input type="checkbox"/> $\det(4A) = -8.$ |
| <input type="checkbox"/> $\det(2A^1 A^2 A^3) = -8.$ | <input type="checkbox"/> $\det(A^1 A^3 A^2) = 2.$ |



Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 0$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non è invertibile

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V non possono essere in somma diretta.

$\dim(U + V) \geq 3$.

 V è sottinsieme di U .

$\dim(U \cap V) < 3$.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$ $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$ Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = A^T$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$.

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

$\det(3A) = -6$.

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$ Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Domanda 8 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 V è sottoinsieme di U .

$\dim(U \cap V) < 3$.

$\dim(U + V) \geq 3$.

 U e V non possono essere in somma diretta.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi

adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 3$.
- U e V non possono essere in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) < 3$.
- V è sottoinsieme di U .

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A^1 | A^2 | A^3) = -8$.
- $\det(4A) = -8$.
- $\det(A^1 | A^3 | A^2) = 2$.
- $\det(A^1 | A^1 - A^2 | A^3) = 2$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$

$\det(3A) = -6.$

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

$\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 $\dim(U \cap V) = 2.$ U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) \geq 1.$ $\dim(U + V) \geq 4.$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

 La matrice A non è invertibile

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x - 2y + z = 0$
 $x + y + z = 0.$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 U e V non possono essere in somma diretta. V è sottoinsieme di U . $\dim(U + V) \geq 3$. $\dim(U \cap V) < 3$.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(4A) = -4$.

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.

$\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1$.

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$ Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$ $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.
- $\det(3A) = -6$.
- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$.
- $\dim(U \cap V) \geq 1$.
- U e V sono in somma diretta.
- $\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$ $\det(2A) = -24.$
 $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$ $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 4.$ U e V sono in somma diretta.
 $\dim(U \cap V) = 2.$ $\dim(U \cap V) \geq 1.$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2.$
- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8.$
- $\det(4A) = -8.$
- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2.$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- V è sottoinsieme di U .
- U e V non possono essere in somma diretta.
- $\dim(U + V) \geq 3.$
- $\dim(U \cap V) < 3.$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
- $x - 2y + z = 0$
- $x + y + z = 0.$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) \geq 1$. | <input type="checkbox"/> U e V sono in somma diretta. |
| <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) = 2$. | <input type="checkbox"/> $\dim(U + V) \geq 4$. |



Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

 La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$x + y + z = 1$

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$ Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1.$

$\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2.$

$\det(4A) = -4.$

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ? w p a c

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo. w p a c

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = A^T$

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

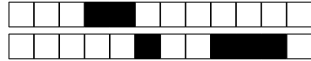
- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$ $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$
- $\det(2A) = -24.$ $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2.$ U e V non sono in somma diretta.
- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$ $\dim(U \cap V) = 0.$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte gravemente errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

La matrice A non possiede inversa. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 2$. Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.
 U e V non sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

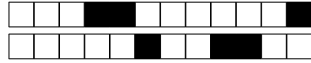
$\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$. $\det(4A) = -8$.
 $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$. $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $x + y + z = 0$ $x + y + z = 1$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$
- $\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1.$
- $\det(4A) = -4.$
- $\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2.$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2.$
- U e V non sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) = 2.$
- $\dim(U \cap V) = 0.$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\dim(U + V) \geq 4$. | <input type="checkbox"/> U e V sono in somma diretta. |
| <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) \geq 1$. | <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) = 2$. |



Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = A^T$

La matrice A non possiede inversa.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(-A^1|A^2|-A^3) = 1$.

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6$.

$\det(A^1|A^1+A^2|A^3) = -2$.

$\det(4A) = -4$.

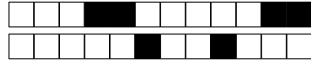
Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$

Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

$2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

$X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

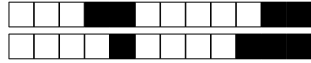
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A) = -24.$ $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9.$
 $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6.$ $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3.$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U \subset V.$ Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$
 $\dim(U \cap V) = 1.$ $U + V = \mathbb{R}^5.$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

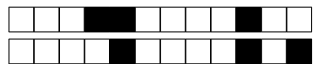
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

 La matrice A non è invertibile

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

 V è sottoinsieme di U . U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U \cap V) < 3$. $\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$.

$\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.

$\det(2A) = -24$.

$\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

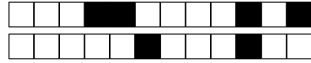
$x + y + z = 0$

$x + y + z = 1$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$ $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$ Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$ Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

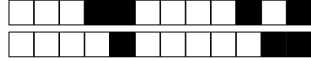
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) < 3$. V è sottoinsieme di U .
 U e V non possono essere in somma diretta. $\dim(U + V) \geq 3$.

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $x - 2y + z = 0$
 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$.

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1 | 2A^2 | 3A^3) = -6$. $\det(-A^1 | A^2 | -A^3) = 1$.
 $\det(A^1 | A^1 + A^2 | A^3) = -2$. $\det(4A) = -4$.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

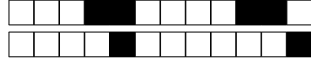
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 2$. U e V sono in somma diretta.
 $\dim(U + V) \geq 4$. $\dim(U \cap V) \geq 1$.

Domanda 4 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
 $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1 | A^2 | A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1 | 2A^2 | A^3) = -6$. $\det(2A) = -24$.
 $\det(A^1 | A^2 | A^3 - A^1) = -3$. $\det(3A^1 | 3A^2 | 3A^3) = -9$.

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$
 $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

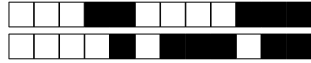
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) \geq 1$. $\dim(U \cap V) = 2$.
 $\dim(U + V) \geq 4$. U e V sono in somma diretta.

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
 $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
 Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$. $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.
 $\det(4A) = -8$. $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 0$. $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
 $x - 2y + z = 0$
 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ La matrice A non è invertibile

Domanda 8 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

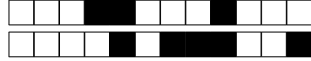
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.
- $\det(4A) = -8$.
- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.
- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

Domanda 6 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
- $x + y + z = 0$.
- $x - 2y + z = 0$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Domanda 7 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U + V) \geq 4$.
- $\dim(U \cap V) = 2$.
- U e V sono in somma diretta.
- $\dim(U \cap V) \geq 1$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.
- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

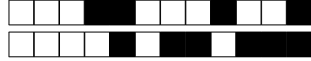
Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V . Come è definita la dimensione di V ?

w p a c

.....

Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\dim(U + V) \geq 4$. | <input type="checkbox"/> U e V sono in somma diretta. |
| <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) = 2$. | <input type="checkbox"/> $\dim(U \cap V) \geq 1$. |



Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

$A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
 La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$. $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$.
 $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$. $\det(3A) = -6$.

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

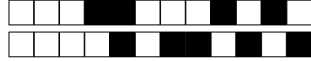
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sia $\dim U = 5$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) < 3$. U e V non possono essere in somma diretta.
- $\dim(U + V) \geq 3$. V è sottoinsieme di U .

Domanda 4 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A) = -6$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$. $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.

Domanda 6 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

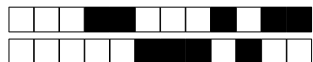
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $x - 2y + z = 0$ $x + y + z = 0$.

Domanda 8 Posto $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$ La matrice A non possiede inversa.



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

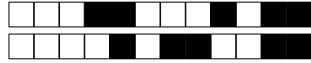
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$
 Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16.$ $\det(3A) = -6.$
 $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$ $\det(A^2|A^1|A^3) = 2.$

Domanda 5 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $U \subset V.$ $\dim(U \cap V) = 1.$
 $U + V = \mathbb{R}^5.$ Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$

Domanda 7 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ La matrice A non è invertibile
 $A^{-1} = A^T$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

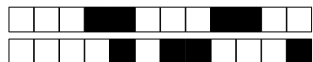
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) \geq 1$.
 $\dim(U + V) \geq 4$. $\dim(U \cap V) = 2$.

Domanda 4 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - t = z + t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ La matrice A non è invertibile

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$

Domanda 7 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$. $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.
 $\det(4A) = -8$. $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e normale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x - 2y + z = 0$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
 $x + y + z = 0$
 $\begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -1$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

$\det(A^1|2A^2|3A^3) = -6.$ $\det(4A) = -4.$
 $\det(-A^1|A^2| - A^3) = 1.$ $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2.$

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

$\dim(U \cap V) = 1.$ $U + V = \mathbb{R}^5.$
 Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0.$ $U \subset V.$

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

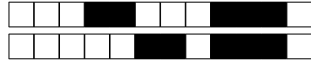
$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ La matrice A non possiede inversa.
 $A^{-1} = A^T$

Domanda 7 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

Se $\text{rg } A = n$, allora $X_1 = 0$
 $2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 2B$
 Il vettore $Y = X_2 - X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $X_1 + X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 0$
 $x + y + z = 1$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . In quanti modi è possibile ottenere un vettore $v \in V$ come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n ? Si motivi adeguatamente la risposta.

w p a c

.....

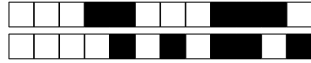
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore X_1 non appartiene a $\text{Ker } A$
- $X_1 + 2X_2$ è soluzione del sistema $AX = 3B$
- Se $\text{rg } A < n$, allora è possibile che sia $X_1 \neq X_2$
- $2X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 3$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- $\dim(U \cap V) = 1$.
- $U + V = \mathbb{R}^5$.
- Se $\dim(U + V) = 5$ allora $\dim(U \cap V) = 0$.
- $U \subset V$.

Domanda 5 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^3|A^2) = 2$.
- $\det(4A) = -8$.
- $\det(2A^1|A^2|A^3) = -8$.
- $\det(A^1|A^1 - A^2|A^3) = 2$.

Domanda 6 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = A^T$
- La matrice A non è invertibile

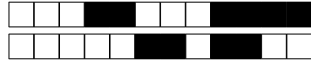
Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid y + z - t = x - 2t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** del piano π passante per i punti di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$
- $x + y + z = 1$
- $x + y + z = 0$
- $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t + 2s \\ z = 1 - 2s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso

affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Sia dato uno spazio vettoriale V e una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ di V . Cosa sono le coordinate di un vettore $v \in V$ rispetto alla base \mathcal{B} ?

w p a c

.....

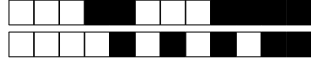
.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Il vettore $Y = X_2 - 3X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
- Se il rango di A è massimo, allora necessariamente $X_1 = X_2$
- $X_1 - X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
- $2X_1$ è soluzione del sistema $2AX = B$

Domanda 4 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = A^T$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- La matrice A non possiede inversa.

Domanda 5 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^6 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 5$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V non sono in somma diretta.
- Se U non è contenuto in V allora $\dim(U \cap V) < 2$.
- $\dim(U \cap V) = 2$.
- $\dim(U \cap V) = 0$.

Domanda 6 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(3A^1|3A^2|3A^3) = -9$.
- $\det(2A) = -24$.
- $\det(A^1|A^2|A^3 - A^1) = -3$.
- $\det(A^1|2A^2|A^3) = -6$.

Domanda 7 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - t = x + z = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 8 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e parallela al vettore di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- $x + y + z = 1$
- $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$



Geometria e Algebra Appello del 23 luglio 2019

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda 1 Date $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, dire se è definito il prodotto AB e in caso affermativo calcolarlo.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda 2 Si enunci il teorema della base. Ossia: cosa hanno in comune tutte le basi di uno stesso spazio vettoriale?

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Domanda 3 ♣ Sia $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = x - t = 0 \right\}$ un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 .

Quali fra i seguenti vettori appartengono a V^\perp ?

$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Domanda 4 ♣ Siano U e V sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sia $\dim U = 2$ e $\dim V = 4$. Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente corrette?

- U e V sono in somma diretta. $\dim(U \cap V) = 2$.
 $\dim(U \cap V) \geq 1$. $\dim(U + V) \geq 4$.

Domanda 5 Posto $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, si dica quali delle seguenti affermazioni è vera:

- $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ La matrice A non è invertibile
 $A^{-1} = A^T$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Domanda 6 ♣ Si supponga che $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^n$ siano soluzioni di un sistema lineare *non* omogeneo $AX = B$ assegnato. Stabilire quali delle seguenti affermazioni è possibile dedurre con certezza:

- Se $\text{rg } A = n$, allora necessariamente $X_1 = X_2$
 $X_1 - 2X_2$ è soluzione del sistema omogeneo $AX = \mathbf{0}$
 Il vettore $Y = 2X_2 - 2X_1$ appartiene a $\text{Ker } A$
 $-X_1$ è soluzione del sistema $AX = -B$

Domanda 7 Si determini quale fra le seguenti espressioni sono equazioni **cartesiane** della retta r passante per il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il punto di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $x + y + z = 1$
 $\begin{cases} x - y = 2 \\ z - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$

Domanda 8 ♣ Sia $A = (A^1|A^2|A^3)$ una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$ si dica quali delle seguenti uguaglianze sono *sempre* vere:

- $\det(A^1|A^2|2A^3) = -16$. $\det(A^1|A^1 + A^2|A^3) = -2$.
 $\det(3A) = -6$. $\det(A^2|A^1|A^3) = 2$.