

Geometria e Algebra Appello del 27 gennaio 2020

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...) pena l'esclusione. Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

Domanda [minimabasiA] Sia V uno spazio vettoriale e sia $\{v_1, \dots, v_k\}$ una lista di vettori di V . Cosa significa che questa lista è un sistema di generatori di V ? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [minimabasiB] Sia V uno spazio vettoriale e sia $\{v_1, \dots, v_k\}$ una lista di vettori di V . Cosa significa che questa lista è linearmente indipendente? w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [openstatB] Si enunci il teorema di Rouché-Capelli.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [openstatC] Si enunci il teorema della base.

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [openstatD] Si enunci il teorema delle dimensioni (detto anche ‘formula delle dimensioni’).

w p a c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Domanda [invdiagA] La matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ è

- | | |
|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> invertibile, ma non diagonalizzabile. | <input type="checkbox"/> non invertibile e non diagonalizzabile. |
| <input type="checkbox"/> non invertibile, ma diagonalizzabile. | <input type="checkbox"/> invertibile e diagonalizzabile. |

Domanda [invdiagB] La matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ è

- invertibile, ma non diagonalizzabile. non invertibile e non diagonalizzabile.
 non invertibile, ma diagonalizzabile. invertibile e diagonalizzabile.

Domanda [invdiagC] La matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ è

- invertibile, ma non diagonalizzabile. non invertibile e non diagonalizzabile.
 non invertibile, ma diagonalizzabile. invertibile e diagonalizzabile.

Domanda [invdiagD] La matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ è

- invertibile, ma non diagonalizzabile. non invertibile e non diagonalizzabile.
 non invertibile, ma diagonalizzabile. invertibile e diagonalizzabile.

Domanda [morthogA] ♣ Stabilire quali delle seguenti matrici sono ortogonali.

- $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix}$

Domanda [morthogB] ♣ Stabilire quali delle seguenti matrici sono ortogonali.

- $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Domanda [morthogC] ♣ Stabilire quali delle seguenti matrici sono ortogonali.

- $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$

Domanda [morthogD] ♣ Stabilire quali delle seguenti matrici sono ortogonali.

- $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$

Domanda [applineareA] ♣ Sia $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ un'applicazione lineare tale che $L\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e

$L\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$. Quali delle seguenti affermazioni sono **necessariamente** vere?

- L non è suriettiva. $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \in \text{Ker } L$.
 $\text{Ker } L = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$. $\text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \subset \text{Im } L$.

Domanda [applineareB] ♣ Sia $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ un'applicazione lineare tale che $L \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $L \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$. Quali delle seguenti affermazioni sono **necessariamente** vere?

- $\dim \text{Ker } L = 2.$ L non è iniettiva.
 $\text{Im } L = \text{Span} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$ $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \in \text{Im } L.$

Domanda [applineareC] ♣ Sia $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un'applicazione lineare tale che $L \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $L \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Quali delle seguenti affermazioni sono **necessariamente** vere?

- $\text{Im } L = \text{Span} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$ L è iniettiva.
 $\text{Ker } L = \text{Span} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \in \text{Im } L.$

Domanda [applineareD] ♣ Sia $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un'applicazione lineare tale che $L \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $L \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Quali delle seguenti affermazioni sono **necessariamente** vere?

- $\text{Im } L = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid y = 0 \right\}.$ L è suriettiva.
 $\dim \text{Ker } L = 1.$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \notin \text{Ker } L.$

Domanda [vspacegrassA] Siano U e W sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^7 ; sapendo che $\dim U = \dim W = 4$, determinare la dimensione *minima* di $U \cap W$:

- 0 1 2 3 5

Domanda [vspacegrassB] Siano U e W sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^8 ; sapendo che $\dim U = 4$ e $\dim W = 3$, determinare la dimensione *minima* di $U \cap W$:

- 0 1 2 3 4

Domanda [vspacegrassC] Siano U e W sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 ; sapendo che $\dim U = \dim W = 4$, determinare la dimensione *minima* di $U \cap W$:

- 0 1 2 3 5

Domanda [vspacegrassD] Siano U e W sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{11} ; sapendo che $\dim U = 6$ e $\dim W = 7$, determinare la dimensione *minima* di $U \cap W$:

- 0 1 3 2 4

Domanda [roucheA] Sia $AX = B$ un sistema lineare con A di ordine 4×3 . Stabilire quale delle seguenti affermazioni è **necessariamente** vera.

- Se $B = \mathbf{0}_4$, allora $X = \mathbf{0}_3$ è unica soluzione per ogni A .
 Se $\text{rg } A$ è massimo, allora la soluzione esiste ed è unica per ogni B .
 Se $\text{rg}(A|B) = 4$, allora il sistema non è risolubile.
 Se $B \in \text{Span}(A^1|A^2|A^3)$, allora la soluzione esiste ed è unica.

Domanda [roucheB] Sia $AX = B$ un sistema lineare con A di ordine 3×4 . Stabilire quale delle seguenti affermazioni è **necessariamente** vera.

- Se $B = \mathbf{0}_3$, allora $X = \mathbf{0}_4$ è unica soluzione per ogni A .
 Se $\text{rg } A$ è massimo, allora la soluzione esiste ed è unica per ogni B .
 Se $\text{rg } A = 3$, allora il sistema è risolubile.
 Se $B \in \text{Span}(A^1|A^2|A^3|A^4)$, allora la soluzione esiste ed è unica.

Domanda [roucheC] Sia $AX = B$ un sistema lineare con A di ordine 3×3 . Stabilire quale delle seguenti affermazioni è **necessariamente** vera.

- Se $B = \mathbf{0}_3$, allora $X = \mathbf{0}_3$ è unica soluzione per ogni A .
 Se $\text{rg } A$ è massimo, allora la soluzione esiste ed è unica per ogni B .
 Se $\text{rg}(A|B) = 3$, allora il sistema è risolubile.
 Se $B \in \text{Span}(A^1|A^2|A^3)$, allora la soluzione esiste ed è unica.

Domanda [roucheD] Sia $AX = B$ un sistema lineare con A di ordine 3×3 . Stabilire quale delle seguenti affermazioni è **necessariamente** vera.

- Se $B = \mathbf{0}_3$, allora $X = \mathbf{0}_3$ è unica soluzione per ogni A .
 Per ogni B , se $\text{rg}(A|B)$ è massimo, allora la soluzione esiste ed è unica.
 Se $\text{rg}(A) = 3$, allora il sistema ammette due soluzioni distinte.
 Se $B \in \text{Span}(A^1|A^2|A^3)$, allora esiste una soluzione.

Domanda [matrixA] ♣ Sia A una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -2$, dire quali delle seguenti affermazioni è corretta:

- $\det A^T = -2$. $\det A^3 = -8$. $\det 2A = -4$. $\det A^{-1} = \frac{1}{2}$.

Domanda [matrixB] ♣ Sia A una matrice quadrata 3×3 ; sapendo che $\det A = -3$, dire quali delle seguenti affermazioni è corretta:

- $\det A^T = 3$. $\det A^3 = -9$. $\det 2A = -24$. $\det A^{-1} = \frac{1}{3}$.

Domanda [matrixC] ♣ Sia A una matrice quadrata 2×2 ; sapendo che $\det A = -3$, dire quali delle seguenti affermazioni è corretta:

- $\det A^T = -3$. $\det(-A) = -3$. $\det 2A = -6$. $\det A^{-1} = -\frac{1}{3}$.

Domanda [matrixD] ♣ Sia A una matrice quadrata 2×2 ; sapendo che $\det A = -2$, dire quali delle seguenti affermazioni è corretta:

- $\det A^T = -\frac{1}{2}$. $\det(-A) = 2$. $\det 2A = -8$. $\det A^{-1} = -\frac{1}{2}$.