

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2002-2003**

*Prova scritta del 24.9.2003*

**Esercizio 1.** Si consideri lo spazio euclideo  $\mathcal{E}^3$  munito di un riferimento ortonormale  $Oxyz$ .

- Scrivere l'equazione cartesiana del piano  $\pi$  contenente la retta  $r$  di equazioni  $x+2y+z=2$ ,  $z-2x=1$  ed il punto  $P(1, 2, -2)$ .
- Scrivere l'equazione cartesiana del piano  $\pi'$  perpendicolare alla retta  $r$  e passante per  $P$ .
- Calcolare la distanza tra  $P$  e  $r$  e scrivere l'equazione della sfera con centro  $P$  tangente a  $r$ .

**Punti (3+3+3)**

**Esercizio 2.** Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro  $t \in \mathbb{R}$ ,  $F_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tale che  $F_t(1, -1, 1) = (t, -t, t)$ ,  $F_t(1, 0, 1) = (t, 0, t)$ ,  $F_t(-2, 0, t^2) = (-6, 0, 3t^2)$ .

- Trovare la matrice  $A_t$  associata ad  $F_t$  nelle basi canoniche di  $\mathbb{R}^3$ .
- Calcolare la dimensione del nucleo e dell'immagine di  $F_t$ .
- Dire per quali valore del parametro reale  $t$ ,  $A_t$  è diagonalizzabile sui reali.
- Calcolare autovalori e autovettori di  $A_{14}$ .

**Punti (5+2+5+3)**

**Esercizio 3.** Sia  $A$  una matrice quadrata reale di ordine 3.

*Vero o Falso:*

- $A^2 + I$  non può essere nilpotente.
- $A^7 + I$  può avere gli stessi autovalori di  $A$ .
- La traccia di  $A^2 + I$  è sempre positiva.

**Punti (2+2+2)**

