Corso di Introduzione alla Topologia Algebrica - a.a. 2005-2006

Prova scritta del 19.6.2006

1. Sia $T = \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$ il toro bidimensionale, e sia $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\}$ il disco unitario nel piano complesso. Se $z = e^{2\pi i\vartheta}$ è un punto di ∂D, poniamo

$$f(z) = \text{classe di } (\vartheta, 2\vartheta) \text{ in } T$$

Mastrare che $f(z)$ è ben definito e che f è una applicazione continua da ∂D a T. Poniamo $X = T \sqcup_f D$.

   (a) Calcolare i gruppi di omologia intera di X.
   (b) Calcolare il gruppo fondamentale di X.
   (c) Calcolare i gruppi di omologia intera del rivestimento universale di X.

2. Siano $\alpha : X \to Y$ e $\beta : Y \to Z$ applicazioni continue, e poniamo $\gamma = \beta \circ \alpha$.

   (a) Mostrare che, se α e γ sono rivestimenti, allora anche β è un rivestimento.
   (b) Mostrare che, se Z ha un rivestimento universale e α e β sono rivestimenti, allora anche γ è un rivestimento.