

Corso di Algebra Lineare - a.a. 2017-2018

Prova scritta del 1.2.2018

COMPITO A

Esercizio 1

Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso P e Q i punti di coordinate rispettivamente $(-1, 2, 3)$ e $(-3, 4, 2)$, e A il punto di coordinate $(-2, -1, 5)$; inoltre, sia v il vettore ${}^t(1, 5, 8)$ e S la sfera di equazione $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$.

- Trovare centro e raggio di S , scrivere equazioni cartesiane per la retta r passante per P e Q ed equazioni parametriche per il piano π passante per A la cui giacitura è ortogonale al vettore v ;
- determinare le posizioni relative di r e π , di r e S e determinare un punto (eventualmente unico) di minima distanza del piano π dalla sfera S ;
- siano S_1 ed S_2 due sfere disgiunte dello stesso raggio (positivo) contenute nei due diversi semispazi individuati da un piano π_1 . Dire (dimostrandolo) se esistono sempre quadrati con un vertice su S_1 , un vertice su S_2 e due vertici su π , e se esistono sempre, se essi sono sempre in numero finito o infinito.

Punti: (3+4+3)

Esercizio 2

Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro reale t , $F_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che

$$F_t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4t - 2 \\ 4t + 6 \\ -2t^2 + 12t - 20 \end{pmatrix}, F_t \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2t \\ 6t \\ -(t-2)^2 \end{pmatrix}, F_t \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6t - 9 \\ -6t + 15 \end{pmatrix}.$$

- Determinare la matrice A_t associata a F_t nella base standard in partenza e in arrivo.
- Dire per quali valori del parametro reale t , A_t è diagonalizzabile su \mathbb{R} .
- Calcolare autovalori e autovettori di A_0 .

- Determinare la segnatura di $B_t = \begin{pmatrix} 0 & t-1 & t+1 & t \\ t-1 & 0 & 2 & 3 \\ t+1 & 2 & 0 & 0 \\ t & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ al variare del parametro reale t .

Punti: (4+4+3+4)

Esercizio 3

- Dire se è vero o falso che esiste una matrice $A \in M(3, \mathbb{C})$ tali che $A \neq 0$ e $A^t \cdot A = 0$.
- Dire se è vero o falso che esiste una matrice $A \in M(3, \mathbb{R})$ tali che $A \neq 0$ e $A^t \cdot A = 0$.
- Dire se è vero o falso che esistono matrici $A \in M(5, \mathbb{C})$ tali che $A^* = A^2 + A + I$. Se esistono, dire se sono tutte diagonalizzabili.
- Dire se è vero o falso che esiste una matrice $A \in M(4, \mathbb{C})$ tale che $A^2 - 4A + 4I = 0$, che non sia multiplo dell'identità e che sia diagonalizzabile.

Punti: (1+1+2+1)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2017-2018*Prova scritta del 1.2.2018 Risultati*

Nome:

Cognome:

Matricola:

Anno di corso:

Mat.

Fis.

(crocettare)

Compito

A**B****C****D**

(crocettare)

ESERCIZIO 1

a)

b)

c)

ESERCIZIO 2

(1)

(2)

(3)

(4)

ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)

(1) V F

(2) V F

(3) V F

(4) V F