

Corso di Algebra Lineare - a.a. 2017-2018

Prova scritta del 19.2.2018

COMPITO C

Esercizio 1

Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso A , B e C i punti di coordinate rispettivamente $(2, 2, 1)$, $(-2, 0, -4)$ e $(-3, 5, 3)$; P e Q i punti di coordinate rispettivamente $(-1, 2, 0)$ e $(2, 4, -3)$; v il vettore ${}^t(2, 1, -3)$ e S_2 la sfera di equazione $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z = 43$.

- Determinare equazioni cartesiane per la sfera S_1 di centro Q e raggio 3, per la retta r passante per P la cui giacitura è generata da v e per il piano π passante per A , B e C ;
- determinare le posizioni relative di π e S_1 , di r e π e dire se le due sfere S_1 e S_2 si intersecano (in un punto, in numero finito di punti, in infiniti punti) o non si intersecano;
- siano S_1 e S_2 due sfere esterne tra loro e sia s una retta esterna ad entrambe. Dire (dimostrandolo) se esistono sempre piani contenenti la retta s e secanti contemporaneamente a S_1 e S_2 e, nel caso che ne esistano sempre, se ce ne sono sempre un numero finito o infinito.

Punti: (3+4+3)

Esercizio 2

Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro reale t , $F_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che

$$F_t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5t \\ 5t \\ 7t + \frac{3}{4} \end{pmatrix}, F_t \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15t \\ 5t \\ 9t + \frac{3}{4} \end{pmatrix}, F_t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16t \\ t \\ -4t + \frac{3}{4} \end{pmatrix}.$$

- Determinare la matrice A_t associata a F_t nella base standard in partenza e in arrivo.
- Dire per quali valori del parametro reale t , A_t è diagonalizzabile su \mathbb{R} .
- Calcolare autovalori e autovettori di A_2 .

- Determinare la segnatura di $B_t = \begin{pmatrix} 0 & t-4 & 3t+4 \\ t-4 & 0 & t-5 \\ 3t+4 & t-5 & 0 \end{pmatrix}$ al variare del parametro reale t .

Punti: (4+4+3+4)

Esercizio 3

- Dire se è vero o falso che esiste $A \in M(3, \mathbb{R})$ tali che $A^2 - A + I = 0$ e tale che -1 non sia un autovalore di A .
- Dire se è vero o falso che esiste $A \in M(3, \mathbb{C})$ tali che $A^2 - A + I = 0$ e tale che -1 non sia un autovalore di A .
- Dire se è vero o falso che esiste $A \in M(4, \mathbb{R})$ tale che, posta $B := A^t \cdot A - 2I$ e posta q_B la forma quadratica associata a B , si ha $B \neq 0$ e esiste un $v \in \mathbb{R}^4$, $v \neq 0$ e tale che $q_B(v) = 0$.
- Dire se è vero o falso che per ogni $A \in M(5, \mathbb{R})$ tale che A non è un multiplo dell'identità e $A^2 = 4I$, 2 e -2 sono entrambi autovalori di A .

Punti: (1+1+1+2)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2017-2018*Prova scritta del 19.2.2018 Risultati*

Nome: _____ Cognome: _____ Matricola: _____
Anno di corso: _____ Mat. _____ Fis. _____ (crocettare)
Compito **A** **B** **C** **D** (crocettare)

ESERCIZIO 1

a)

b)

c)

ESERCIZIO 2

(1)

(2)

(3)

(4)

ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)

(1) V F

(2) V F

(3) V F

(4) V F