TUTORATO di ALGEBRA LINEARE

14 gennaio 2019

Esercizio 1 (parte di prova del 20-02-2017)

Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso A, B, P e O i punti di coordinate rispettivamente $(2,-1,0)$, $(0,-3,1)$, $(-4,2,1)$ e $(-3,-1,2)$; v_1, v_2 i vettori ${}^t(2,1,1)$, ${}^t(1,2,1)$; inoltre, sia r_2 la retta di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x+y-z=-2 \\ x+3z=1 \end{cases}$$

(a) Scrivere le equazioni cartesiane per la sfera S di centro O e raggio 3, per il piano π passante per P e la cui giacitura è generata da v_1 e v_2, e per la retta r_1 passante per A e per B.
(b) Determinare le posizioni relative di r_2 e S, di π e S, di r_1 e r_2. [secanti, secanti, sghembe]
(c) Scrivere il procedimento per calcolare la distanza tra due rette sghembe.

Esercizio 2 (parte di prova del 19-01-2017)

Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro reale t, $F_t : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ tale che

$$f\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-\frac{1}{2}t\\-2\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix},\quad f\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2t\\2t\\4\\1\end{pmatrix},\quad f\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\1\\5t\\-1\end{pmatrix},\quad f\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-8t\\-4t\\0\\-t+3\end{pmatrix}$$

.

(a) Determinare la matrice A_t associata ad F_t nella base ordinata

$$B := \left\{ \begin{pmatrix}2\\0\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\0\\-1\end{pmatrix}, \right\}$$

(b) Dire per quali valori del parametro reale t, A_t è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.

Esercizio 3

Determinare la segnatura di $B_t = \begin{pmatrix} t & 0 & 2 & -2 \\ 0 & t-1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & -1 & t+1 \end{pmatrix}$ al variare del parametro reale t.