
Matematica (Biotecnologie) – 22/09/2014

Cognome e nome: _____

Numero di matricola: _____

Firma: _____

Tempo a disposizione: 2h:30

Punteggi: *L'esercizio n. 5 vale 10 punti, tutti gli altri 5 punti*

Esercizi 1-4 e 8: *Scrivere le soluzioni nei riquadri. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

Esercizi 5-7: *Per ogni esercizio risolto: riportare il procedimento e la soluzione su un foglio allegato. Possono essere assegnati punteggi parziali ma non vengono assegnati punti se manca il procedimento.*

Esercizi 9-11: *Barrare la risposta corretta. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

Spazio riservato alla commissione.

Punti. 1-4. 5-7. 8-11. Totale.

1. Determinare quali valori reali di x soddisfano l'equazione

$$8^x = 2^{2x-3} .$$

2. Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^2 \frac{x}{x^2 + 1} dx .$$

3. Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \ln(x^2 + 1)$$

nel suo punto di ascissa 2 (scrivere il risultato nella forma $y = mx + q$).

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) + \frac{1}{2}y(x) = 0 \\ y(2) = 1. \end{cases}$$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1. 2. 3. 4.

Tot.

5. Data la funzione

$$f(x) = \ln \frac{x}{x+5}$$

- a) precisare il dominio e discutere il segno;
- b) calcolare i limiti agli estremi del dominio;
- c) studiare crescita, decrescenza ed estremi relativi;
- d) studiare concavità, convessità e flessi;
- e) tracciarne il grafico.

6. Una popolazione, con legge di crescita esponenziale, raddoppia in 231 anni. Calcolare il numero degli individui a un istante iniziale sapendo che il numero di individui dopo 100 anni è di 10 000 unità.

7. Rappresentare in scala semilogy (in base 10) i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = 10^{4x} \quad y = 10 \cdot 10^{6x}.$$

Dire inoltre qual è la funzione $y = f(x)$ il cui grafico in scala semilogy (in base 10) è la retta $x + 2z + 1 = 0$.

Spazio riservato alla commissione

Punti: 5. 6. 7.

Tot.

8. Si vogliono ottenere 10 litri di una miscela di A e B, in cui il volume di A sia 4 volte il volume di B. Quanti litri di sostanza A occorrono? (Si suppone che nella reazione solvente-soluto si conservino tutti i volumi)

9. Sia $f(x) = -|x - 1|$. Allora f

- a è derivabile in \mathbb{R} b non ha massimo in \mathbb{R}
 c ha minimo in \mathbb{R} d è continua in \mathbb{R} .

10. Sia $g(x)$ una primitiva di $f(x) = x^2$. Allora

- a $g(0) = 0$
 b $g(x)$ è dispari
 c $g(x)$ non può essere dispari
 d se $g(0) = 0$ allora $g(x)$ è dispari

11. Siano a e b due numeri reali positivi diversi da 1. Dire quali delle seguenti affermazioni è corretta:

- a $\ln(a + b) = (\ln a)(\ln b)$
 b $(a^x)(b^x) = (a + b)^x$ per ogni $x \in \mathbb{R}$
 c $a^{\log_b x} = b^{\log_a x}$ per ogni $x > 0$
 d $a^{\log_a x} = b^{\log_b x}$ per ogni $x > 0$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 8. 9. 10. 11.

Tot.
