
Analisi Matematica (Biotecnologie) – 20/07/2015

Cognome e nome: _____

Numero di matricola: _____

Firma: _____

Tempo a disposizione: 2h:30

Punteggi: *L'esercizio n. 5 vale 10 punti, tutti gli altri 5 punti*

Esercizi 1-4 e 8: *Scrivere le soluzioni nei riquadri. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

Esercizi 5-7: *Per ogni esercizio risolto: riportare il procedimento e la soluzione su un foglio allegato. Possono essere assegnati punteggi parziali ma non vengono assegnati punti se manca il procedimento.*

Esercizi 9-11: *Barrare la risposta corretta. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

Spazio riservato alla commissione.

Punti. 1-4. 5-7. 8-11. Totale.

1. Dire quali valori di $x \in \mathbb{R}$ soddisfano l'equazione

$$\log_3 \frac{x^2 + 27}{4} = 2 .$$

2. Calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 di

$$f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{13}{2} + \ln(5x)$$

intorno al punto $x_0 = 3$ (scrivere la risposta nella forma $p_2(x) = ax^2 + bx + c$).

3. Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^2 \frac{x}{3x^2 + 15} dx .$$

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + 36y(x) = 0 \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 30 . \end{cases}$$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1. 2. 3. 4.

Tot.

5. Data la funzione

$$f(x) = \ln \left(\frac{5 + 4x^2}{5 - 4x^2} \right) ,$$

- a) precisare il dominio massimale e discutere il segno;
- b) dire se è pari o dispari e calcolare i limiti agli estremi del dominio;
- c) studiare crescita, decrescenza ed estremi relativi;
- d) studiare concavità, convessità e flessi;
- e) tracciarne il grafico.

6. Una popolazione con legge di crescita esponenziale raddoppia in 20 anni. Sapendo che il numero degli individui nel 2015 è pari a 100 000, calcolare qual era il numero degli individui nel 1971.

7. Rappresentare in scala loglog (in base 10) i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = x^4 \quad y = x^2 \quad y = 9x^2.$$

Dire inoltre qual è la funzione $y = f(x)$ il cui grafico in scala loglog (in base 10) è la retta $z = 3 - 2w$.

Spazio riservato alla commissione

Punti: 5. 6. 7.

Tot.

8. Si vogliono ottenere 5.2 litri di una miscela di A e B, in cui il volume di A sia 3 volte il volume di B. Quanti litri di sostanza A occorrono? (Si suppone che si conservino tutti i volumi)

9. Data l'equazione $z^2 - 4z + 29 = 0$, siano z_1 e z_2 le sue radici (complesse). Allora

- a) la parte reale di $z_1 - z_2$ è nulla
- b) la parte reale di $z_1 z_2$ è nulla
- c) la parte reale di $z_1 + z_2$ è nulla
- d) la parte immaginaria di $z_1 \bar{z}_2$ è nulla.

10. Si consideri la funzione $f(x) = \log_a x$ con dominio $(0, +\infty)$. Allora

- a) se $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ allora $0 < a < 1$
- b) se $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ allora $a > 1$
- c) se $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ allora $0 < a < 1$
- d) se $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ allora $a > 1$.

11. Si consideri la funzione $f(x) = |x^2 - 1|$ con dominio \mathbb{R} . Allora

- a) f non è continua
- b) f è derivabile
- c) f ha un massimo relativo
- d) f è limitata.

Spazio riservato alla commissione

Punti: 8. 9. 10. 11.

Tot.
