
Matematica (Biotecnologie) – 23/02/2015

Cognome e nome: _____

Numero di matricola: _____

Firma: _____

Tempo a disposizione: *2h:30*

Punteggi: *L'esercizio n. 5 vale 10 punti, tutti gli altri 5 punti*

Esercizi 1-4 e 8: *Scrivere le soluzioni nei riquadri. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

Esercizi 5-7: *Per ogni esercizio risolto: riportare il procedimento e la soluzione su un foglio allegato. Possono essere assegnati punteggi parziali ma non vengono assegnati punti se manca il procedimento.*

Esercizi 9-11: *Barrare la risposta corretta. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

Spazio riservato alla commissione.

Punti. 1-4. 5-7. 8-11. Totale.

1. *Determinare il dominio della seguente funzione*

$$f(x) = \ln(1 - e^{-x}) - 1.$$

2. *Sia $f(x) = \ln(1 + x^3)$. Determinare la retta tangente al grafico della funzione nel punto di ascissa $x_0 = 1$.*

3. *Calcolare il seguente integrale*

$$\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^3} dx.$$

4. *Risolvere il seguente problema di Cauchy:*

$$\begin{cases} y''(x) - 6y(x)' + 9y(x) = 0 \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1. 2. 3. 4.

Tot.

5. Data la funzione

$$f(x) = \left| \frac{1}{4}(1 - x^2)^2 - 1 \right|,$$

- a) precisare il dominio massimale e il segno;
- b) calcolare i limiti agli estremi del dominio;
- c) studiare crescita, decrescenza e estremi relativi;
- d) studiare concavità, convessità e flessi;
- e) tracciarne il grafico.

6. Il tempo di dimezzamento del carbonio 14 è di 5730 anni. Sapendo che la datazione attraverso Carbonio 14 effettuata nel 1988 ha stabilito che la Sacra Sindone vada datata come risalente al 1290, stabilire la quantità di Carbonio 14 presente nel tessuto al momento dell'analisi rispetto a quella presente nel 1290.

7. Rappresentare in scala loglog (in base 10) i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = x^5 \quad y = \frac{1}{3}x^{-4}.$$

Dire inoltre qual è la funzione $y = f(x)$ il cui grafico in scala loglog (in base 10) è la retta $z = -5w + 2$.

Spazio riservato alla commissione

Punti: 5. 6. 7.

Tot.

8. Si vogliono ottenere 10 litri di una miscela di due sostanze A e B in cui la quantità della sostanza A è 5 volte quella della sostanza B. Trovare quanti litri di A occorrono.

9. Si consideri il sistema lineare

$$\begin{cases} x + 2z = 1 - 2y \\ x - y + z = 0 \\ 2x + 4y + 4z = 2 \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- a) Il sistema ha come unica soluzione (1, 2, 3)
- b) Il sistema ha come unica soluzione (1, 2, 1)
- c) Il sistema non ammette soluzioni
- d) Il sistema ha infinite soluzioni.

10. Sia $f(x) = 2xe^{2x^2}$ e sia P_2 il polinomio di Taylor di grado due centrato in $x_0 = 0$. Allora

- a) $P_2(1) = 0$
- b) $P_2(0) = 0$
- c) $(P_2)'(0) = 1$
- d) $(P_2)''(0) = 2$.

11. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita dalla formula $f(x) = (4x - 1)e^{x^2}$. Allora

- a) $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{4}e^{1/16}$
- b) $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{4}e^{-1/16}$
- c) $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{4}$
- d) $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{3}$.

Spazio riservato alla commissione

Punti: 8. 9. 10. 11. Tot.