
Matematica (Biotecnologie) – 02/02/2015

Cognome e nome: _____

Numero di matricola: _____

Firma: _____

Tempo a disposizione: 2h:30

Punteggi: *L'esercizio n. 5 vale 10 punti, tutti gli altri 5 punti*

Esercizi 1-4 e 8: *Scrivere le soluzioni nei riquadri. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

Esercizi 5-7: *Per ogni esercizio risolto: riportare il procedimento e la soluzione su un foglio allegato. Possono essere assegnati punteggi parziali ma non vengono assegnati punti se manca il procedimento.*

Esercizi 9-11: *Barrare la risposta corretta. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

Spazio riservato alla commissione.

Punti. 1-4. 5-7. 8-11. Totale.

1. Dire quali valori di $x \in \mathbb{R}$ soddisfano la disequazione

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{(x^2-5x+6)} < 1.$$

2. Sia $f(x) = \ln(1 + x^3)$. Determinare il polinomio di Taylor di grado 2 e di centro $x_0 = 1$.

3. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 x^2 e^{x^3} dx.$$

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 10y'(x) + y(x) = 1 \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1. 2. 3. 4.

Tot.

5. Data la funzione

$$f(x) = \ln(1 - e^{-x}) + 1,$$

- a) precisare il dominio massimale e il segno;
- b) calcolare i limiti agli estremi del dominio;
- c) studiare crescita, decrescenza e estremi relativi;
- d) studiare concavità, convessità e flessi;
- e) tracciarne il grafico.

6. Una popolazione ha legge di crescita esponenziale. Sapendo che il numero di individui quadruplica in 2 anni, calcolare in quanti anni la popolazione aumenta del 20% di una quantità iniziale.

7. Rappresentare in scala semilogy (in base 10) i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = 5^x \quad y = \frac{1}{3}10^{-2x}.$$

Dire inoltre qual è la funzione $y = f(x)$ il cui grafico in scala loglog (in base 10) è la retta $z = -5w + 2$.

Spazio riservato alla commissione

Punti: 5. 6. 7.

Tot.

8. La popolazione Tibetana é composta dal 60 per cento di donne e dal 40 per cento di uomini. Inoltre il 30 per cento delle donne ed il 10 per cento degli uomini si dichiarano non vegetariani. Detto T il totale della popolazione Tibetana, calcolare la percentuale dei non vegetariani.

9. Dato un numero complesso $z = a + ib$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

a $z\bar{z} = a^2 - b^2$

b Se $a = 0$ e $b \neq 0$ allora $\frac{z}{\bar{z}}$ è un numero reale

c z^2 è un numero reale

d $z + \bar{z}$ è un numero puramente immaginario (cioé la sua parte reale é nulla).

10. Sia $f(x) = 2xe^{2x^2}$, allora la retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa 0

a è verticale

b è orizzontale

c ha pendenza 2

d passa per il punto $(1, 0)$.

11. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita dalla formula $f(x) = (4x - 1)e^{x^2}$. Allora

a $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{4}e^{1/16}$

b $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{4}e^{-1/16}$

c $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{4}$

d $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{3}$.

Spazio riservato alla commissione

Punti: 8. 9. 10. 11.

Tot.
