

---

Matematica (Biotecnologie) – 12/07/2017

---

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Numero di matricola: \_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_

---

**Esercizi 1-4.** *Scrivere le soluzioni nei riquadri. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

**Esercizi 5-7.** *Per ogni esercizio risolto: riportare il procedimento e la soluzione su un foglio allegato. Possono essere assegnati punteggi parziali ma non vengono assegnati punti se manca il procedimento.*

**Esercizi 8-10.** *Barrare la risposta corretta.*

Tutti gli esercizi valgono 6 punti.

---

---

Spazio riservato alla commissione.

Punti. 1-4.  5-7.  8-10.  Totale.

---

---

1. Determinare per quali  $x \in \mathbb{R}$  la seguente funzione

$$f(x) = \ln(1 - e^{-x})$$

è positiva.

---

2. Date le seguenti funzioni

$$f(x) = e^{2x}$$

$$g(x) = x^3,$$

calcolare il polinomio di Taylor di grado due della funzione  $g \circ f$  centrato nel punto  $x_0 = 0$ .

---

3. Date le seguenti funzioni

$$f(x) = e^{2x}$$

$$g(x) = x^3,$$

calcolare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione composta  $f \circ g$  nel punto di ascissa  $x_0 = 1$ .

---

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + y'(x) = 0 \\ y(0) = 3, \quad y'(0) = -1. \end{cases}$$

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1.  2.  3.  4.

Tot.

---

5. Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - e^x}}$$

- a) calcolarne il campo d'esistenza, i limiti agli estremi del dominio ed il segno
- b) calcolarne la derivata prima e la derivata seconda
- c) determinare gli intervalli in cui la funzione è crescente/decrescente e concava/convessa

---

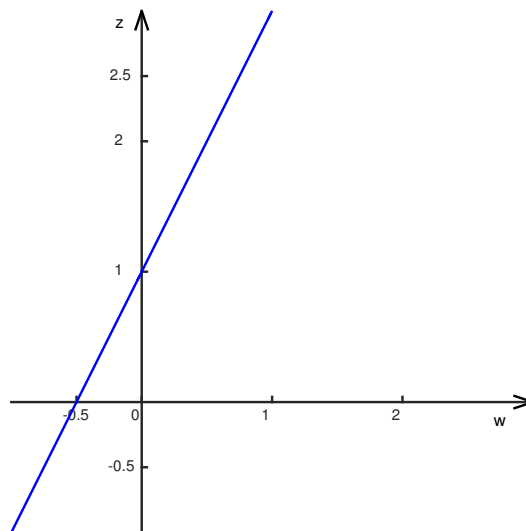
6. Una popolazione batterica, con legge di crescita esponenziale, si dimezza in 3 ore. Calcolare dopo quante ore la popolazione si è ridotta del 10% di una quantità iniziale

---

7. Rappresentare in scala semilogy (in base 10) i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = 10^{4x} \quad y = 3 \cdot 10^{-\frac{x}{2}}.$$

Determinare la funzione  $y = f(x)$  la cui rappresentazione in scala loglog (base 10) è data in figura.



---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 5.  6.  7.

Tot.

---

---

8. Dati  $V$  litri di una soluzione concentrata al 30%, calcolare quanti litri di solvente si devono aggiungere per ottenere una soluzione al 20%. (Si suppone che nella reazione solvente-soluto si conservino tutti i volumi).

---

9. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + e^{-x^2} + 2x - 20}{x^{-1} - 3x^3 - 1},$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

---

10. [solo per studenti a partire dall'AA 2015/2016] Calcolare la media e la mediana del seguente insieme di numeri

$$A = \left\{ 3, 0, 0, -10, -1, 3, 10, \frac{1}{2} \right\}$$

---

11. [solo per studenti fino all'AA 2014/2015]

Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{\sqrt{\pi/2}} x \cos(x^2) dx.$$

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 8.  9.  10.  11.

Tot.

---