Prova parziale di Matematica - 14/02/18 - Tempo a disposizione: 2h e 30 min.
SUFFICIENZA 36 PUNTI SU 66
Matricola **Cognome e Nome**

A1. [10 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Data la funzione $f(x) = (3x^2 - 3)e^{3x^2-3}$, determinare:

. Campo di esitenza e dire se la funzione è pari o dispari $\mathbb{R}$, pari

. Segno $f(x) \geq 0 \iff x \leq -1 \vee x \geq 1$

. Limiti agli estremi del campo di esistenza $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = +\infty$

. Eventuali punti stazionari $x = 0$ p.to di max relativo, $x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}$ p.ti di min. assoluto

. Grafico qualitativo della funzione

A2. [8 punti] Trovare per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha $2^{3x} \geq 2$. $\boxed{x \geq 1/3}$

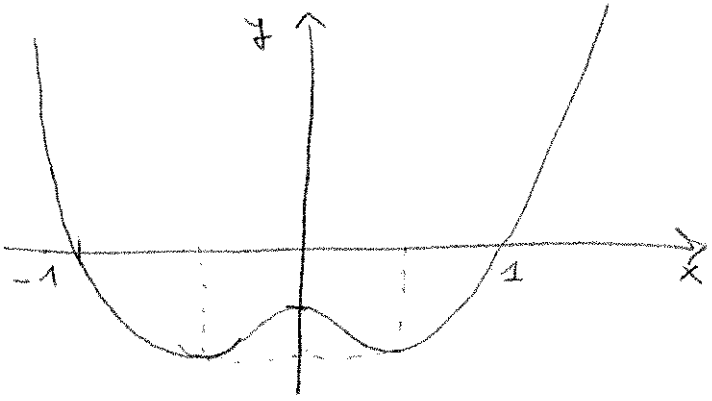
A3. [8 punti] RIPORTARE LA SOLUZIONE NEL RIQUADRO ED IL PROCEDIMENTO SU FOGLIO ALLEGATO

Una sostanza radioattiva decade con legge di crescita esponenziale. Sapendo che in due anni la sostanza si riduce del 30% di una data quantità iniziale, calcolare quanto tempo impiega a ridursi del 10%. $\boxed{K = \ln\left(\frac{7}{10}\right) \cdot \frac{1}{2}}$ $T = \frac{1}{K} \ln\left(\frac{9}{10}\right) \simeq 0,5908$

A4. [8 punti] RIPORTARE LA SOLUZIONE NEL RIQUADRO ED IL PROCEDIMENTO SU FOGLIO ALLEGATO

Determinare l'espressione in scala semilog$y$ in base 10 della seguente legge esponenziale $y(x) = 4 \cdot 10^{2x}$ e tracciare un grafico qualitativo di tale espressione. $\boxed{Z = 2W + \log 4}$
Determinare poi l'espressione $y = f(x)$ della funzione che in scala log-log in base 10 è rappresentata da $z = 4w + 2$. $\boxed{y = 10^2 \cdot x^4}$

A5. [8 punti]



Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} 4y'(x) - 3y(x) = 3 \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

$\boxed{y(x) = 4e^{\frac{3}{4}x} - 1}$

A6. [8 punti] Date la funzione $f(x) = x^3$ e la funzione $g(x) = \cos(x)$, determinare la funzione composta $g \circ f$ $\boxed{(g \circ f)(x) = \cos(x^3)}$

Determinare il polinomio di Taylor della funzione $f \circ g$ di grado 2 e centro 0 $\boxed{P_2(x) = 1 - \frac{3}{2}x^2}$

A7. [8 punti] Data la funzione $f(x) = x^3 e^{x^4}$, calcolare $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ $\boxed{\frac{1}{4}(e^{16} - 1)}$ e calcolare $\int_0^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x$ $\boxed{+\infty}$

A8. [8 punti] RIPORTARE LA SOLUZIONE NEL RIQUADRO ED IL PROCEDIMENTO SU FOGLIO ALLEGATO

Due gruppi A e B formano una popolazione in cui gli individui del gruppo B sono un quarto degli individui del gruppo A. Dopo un determinato intervallo di tempo, il gruppo A è aumentato del 30% e il gruppo B è diminuito del 2%. Calcolare la percentuale degli individui del gruppo B rispetto agli individui del gruppo A alla fine di tale intervallo di tempo. $\boxed{\frac{49 \cdot 5}{13} \simeq 18{,}85}$

Prova parziale di Matematica - 14/02/18 - Tempo a disposizione: 2h e 30 min.
SUFFICIENZA 36 PUNTI SU 66
Matricola Cognome e Nome

A1. [8 punti] Trovare per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha $7^{2x} \geq 3$. $\boxed{x \geq \frac{1}{2}\log_7 3}$

A2. [8 punti]
Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} -2y'(x) - 2y(x) = 2 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

$\boxed{y(x) = 3e^{-x} - 1}$

A3. [8 punti] **RIPORTARE LA SOLUZIONE NEL RIQUADRO ED IL PROCEDIMENTO SU FOGLIO ALLEGATO**
Determinare l'espressione in scala semilog$y$ in base 10 della seguente legge esponenziale $y(x) = 2 \cdot 10^{4x}$ e tracciare un grafico qualitativo di tale espressione. $\boxed{z = 4w + \log 2}$
Determinare poi l'espressione $y = f(x)$ della funzione che in scala log-log in base 10 è rappresentata da $z = 2w + 4$. $\boxed{y = 10^4 \cdot x^2}$

A4. [10 punti] **RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO**
Data la funzione $f(x) = (2x^2 - 2)e^{2x^2-2}$, determinare:

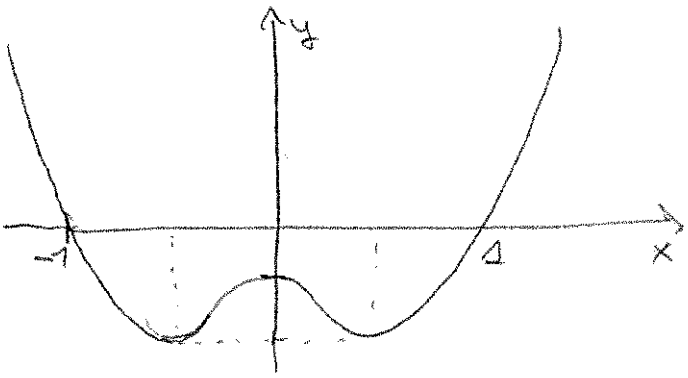
. Campo di esitenza e dire se la funzione è pari o dispari $\mathbb{R}$, pari

. Segno $f(x) \geq 0 \iff x \leq -1 \vee x \geq 1$

. Limiti agli estremi del campo di esistenza $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = +\infty$

. Eventuali punti stazionari $x = 0$ p.to di max, $x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}$ p.ti di minimo assoluto

. Grafico qualitativo della funzione



A5. [8 punti] RIPORTARE LA SOLUZIONE NEL RIQUADRO ED IL PROCEDIMENTO SU FOGLIO ALLEGATO

Due gruppi A e B formano una popolazione in cui gli individui del gruppo B sono un quarto degli individui del gruppo A. Dopo un determinato intervallo di tempo, il gruppo A è aumentato del 20% e il gruppo B è diminuito del 4%. Calcolare la percentuale degli individui del gruppo B rispetto agli individui del gruppo A alla fine di tale intervallo di tempo. $\boxed{20\%}$

A6. [8 punti] Data la funzione $f(x) = x^2 e^{-x^3}$, calcolare $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ $\boxed{-\frac{1}{3}(e^{-1}-1)}$ e calcolare $\int_0^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x$ $\boxed{1/3}$

A7. [8 punti] Date la funzione $f(x) = x^2$ e la funzione $g(x) = \sin(x)$, determinare la funzione composta $g \circ f$ $\boxed{(g \circ f)(x) = \sin(x^2)}$

Determinare il polinomio di Taylor della funzione $f \circ g$ di grado 2 e centro 0 $\boxed{P_2(x) = x^2}$

A8. [8 punti] RIPORTARE LA SOLUZIONE NEL RIQUADRO ED IL PROCEDIMENTO SU FOGLIO ALLEGATO

Una sostanza radioattiva decade con legge di crescita esponenziale. Sapendo che in due anni la sostanza si riduce del 20% di una data quantità iniziale, calcolare quanto tempo impiega a ridursi del 10%. $\boxed{k = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4}{5}\right),\ T =}$ $\frac{1}{k}\ln\left(\frac{9}{10}\right) \simeq 0,9443$