Prova parziale di Matematica - 31/01/18 - Tempo a disposizione: 2h e 30 min.
SUFFICIENZA 36 PUNTI SU 66
Matricola **Cognome e Nome**

A1. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Una colonia batterica che evolve con legge di crescita esponenziale si duplica in 2 minuti. Calcolare quanto tempo (in minuti) occorre perchè il numero di individui aumenti del 30% di una quantità iniziale. $K = \frac{\ln 2}{2}$, $T = \frac{1}{K} \ln\left(\frac{13}{10}\right)$

A2. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Si hanno a disposizione 2 litri di una soluzione concentrata al 5%. Trovare quanti litri di soluto bisogna aggiungere per ottenere una soluzione concentrata al 30%. $\frac{5}{7}$

A3. [8 punti]

Data la funzione $f(x) = xe^{x^2}$, determinare la funzione $F(x) := \int_0^x f(t)\mathrm{d}t$ $\boxed{\frac{1}{2}e^{x^2} - \frac{1}{2}}$

e calcolare $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ $\boxed{\frac{1}{2}e - \frac{1}{2}}$

A4. [8 punti]

Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - 4y'(x) + 13y(x) = 0 \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 1 \end{cases}$$

$\boxed{y(x) = e^{2x} \cdot \frac{1}{3} \sin(3x)}$

A5. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Determinare l'espressione in scala log log in base 10 della seguente legge potenza $y(x) = 4x^2$ e tracciare un grafico qualitativo di tale espressione.
Determinare poi l'espressione $y = f(x)$ della funzione che in scala semilogy (in base 10) è rappresentata da $z = 4w + 2$.

$z = \log(4x^2) = \log 4 + 2w$

$\log y = 4x + 2 \qquad y = 10^{4x+2}$

A6. [8 punti] Trovare per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha $\log_2(3x) \geq 2$. $\boxed{x \geq \frac{4}{3}}$

A7. [10 punti] **RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO**

Data la funzione $f(x) = \ln\left(\frac{1+e^{-3x}}{1-e^{-3x}}\right)$, determinare:

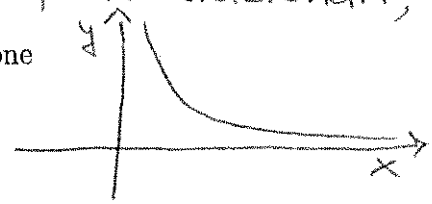
. Campo di esitenza $(0, +\infty)$

. Segno $f(x) > 0 \quad \forall x \in (0, +\infty)$

. Limiti agli estremi del campo di esistenza $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$

. Eventuali punti stazionari no punti stazionari, strett. decrescente

. Grafico qualitativo della funzione



A8. [8 punti]

Data la funzione $f(x) = 1 - x - xe^{-x^2}$, determinare il polinomio di Taylor di centro $x_0 = 0$ e ordine 2 di f. $\boxed{P_2(x) = 1 - 2x}$

Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(x_0, f(x_0))$ $\boxed{y = -2x + 1}$