

Prova parziale di Matematica - 19/04/19 - Tempo a disposizione: 2h e 30 min.

SUFFICIENZA 36 PUNTI SU 66

Matricola

Cognome e Nome

A1. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

G. e P. vengono assunti con lo stesso stipendio iniziale di 1200 Euro al mese. Il contratto di G. prevede che il suo stipendio aumenti del 20 % ogni anno, mentre quello di P. che il suo stipendio mensile aumenti di 240 euro ogni anno. Quali saranno gli stipendi mensili di G. e di P. durante il loro quarto anno di lavoro (cioè dopo tre aumenti)?

$$S_P = 1920 \text{ €}, \quad S_G = 2073,6 \text{ €}$$

A2. [8 punti]

Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} -3y'(x) + 12y(x) = 0 \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

$$y(x) = 2e^{4x}$$

A3. [8 punti] Data la funzione $f(x) = e^{\frac{1}{2} \cos(x) - 2x^2}$, determinare il polinomio di Taylor di grado 2 con centro $x_0 = 0$.

$$p(x) = e^{1/2} - \frac{9}{4} e^{1/2} \cdot x^2$$

A4. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Determinare l'espressioni in scala semilog in base 10 delle seguenti funzioni

$$z = -3w + \log 3 \quad y(x) = 3 \cdot 10^{-3x}, \quad y(x) = \left(\frac{1}{100}\right)^x \quad z = -2w$$

e tracciare un grafico qualitativo di tali espressioni.

Determinare poi l'espressione $y = f(x)$ della funzione che in scala log log (in base 10) è rappresentata da $z = 3w + 100$.

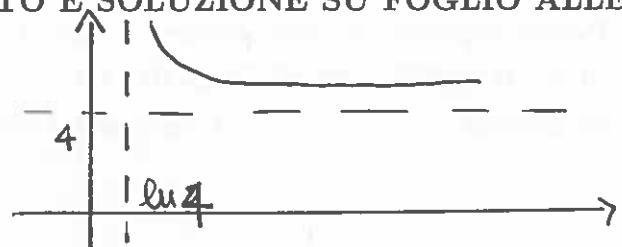
$$y = x^3 \cdot 10^{100}$$

A5. [8 punti] Trovare per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha $\log_3(x^2 + 8x + 19) \leq 1$.

$$x = -4$$

A6. [10 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Data la funzione $f = \ln\left(\frac{e^{x+4}}{e^x - 4}\right)$, determinare:



• Campo di esistenza $D = (\ln 4, +\infty)$

• Segno $f(x) > 0 \quad \forall x \in D$

• Limiti agli estremi del campo di esistenza

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 4, \quad \lim_{x \rightarrow (\ln 4)^+} f(x) = +\infty$

• Eventuali punti stazionari $f'(x) = \frac{-4}{e^x - 4}, \quad f'(x) < 0 \quad \forall x \in D$

• Grafico qualitativo della funzione $f''(x) = \frac{4e^x}{(4 - e^x)^2} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

A7. [8 punti]

Data la funzione $f(x) = e^{-2x} \sin(e^{-2x})$, determinare $F(x) := \int_x^1 f(t) dt$ e

$\frac{1}{2} (\cos(e^{-2}) - \cos(e^{-2x}))$

calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$ $\frac{1}{2} (\cos(e^{-2}) - 1)$

A8. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Una popolazione con legge di crescita esponenziale triplica in 3 anni. Sapendo che il numero di individui ad un istante iniziale è pari a 5 unità, calcolare quanto tempo impiega la popolazione a raggiungere un numero di individui pari a 10 unità.

$K = \frac{\ln 3}{3}, \quad T = \frac{\ln 2}{K}$