

A1. [8 punti] Trovare per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha $\frac{x^6 - 2}{e^{2x} - 6} \geq 0$. $-\sqrt[6]{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \ln 6$ $\cup x \geq \sqrt[6]{2}$

A2. [8 punti]

Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - 7y'(x) + 12y(x) = 0 \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 1 \end{cases}$$

$y(x) = -e^{3x} + e^{4x}$

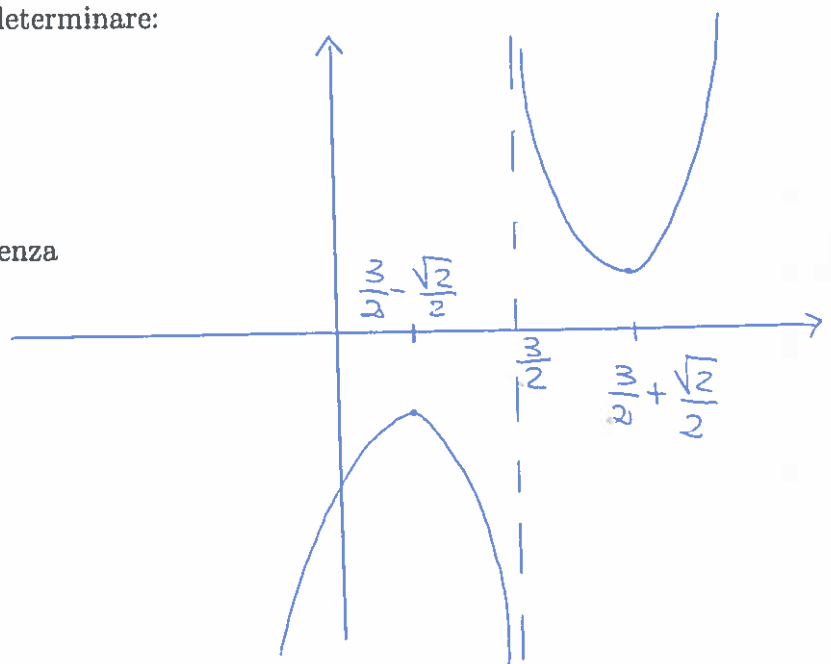
A3. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

La popolazione finlandese è formata per il 60% da donne e per il 40% da uomini. L'80% delle donne e il 70% degli uomini sono biondi. Calcolare la percentuale di individui biondi nella popolazione finlandese. 76%

A4. [10 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Data la funzione $f(x) = \frac{3}{x - \frac{3}{2}} e^{(x - \frac{3}{2})^2}$, determinare:

- . Campo di esistenza
- . Segno
- . Limiti agli estremi del campo di esistenza
- . Eventuali punti stazionari
- . Grafico qualitativo della funzione



A5. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Una colonia batterica che evolve con legge di crescita esponenziale aumenta del 5 % in 3 minuti. Detto t_0 un istante iniziale, si osserva che dopo 20 minuti a partire da t_0 il numero di individui è pari a 10^3 . Calcolare quindi quanti batteri sono presente nella colonia all'istante t_0 .

$$K = \frac{1}{3} \ln\left(\frac{21}{20}\right), \quad y(t_0) \approx 722,3339 \quad \text{~~3523721~~}$$

A6. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Determinare l'espressione in scala semilogy in base 10 della seguente legge esponenziale $y(x) = 3 \cdot 10^{\frac{1}{2}x}$ e tracciare un grafico qualitativo di tale espressione. $z = \log 3 + \frac{1}{2}x$

Determinare poi l'espressione $y = f(x)$ della funzione che in scala log log (in base 10) è rappresentata da $z = 3w + \frac{1}{2}$. $y = 10^{\frac{1}{2}} \cdot x^3$

A7. [8 punti]

Data la funzione $f(x) = e^{-2x} \sin(e^{-2x})$, determinare $F(x) := \int_1^x f(t) dt$ e

$$\frac{1}{2} [\cos(e^{-2x}) - \cos(e^{-2})]$$

calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$

$$\frac{1}{2} (1 - \cos(e^{-2}))$$

A8. [8 punti] Data le funzioni $f(x) = \frac{1}{2} \cos(x)$ e $g(x) = e^{-x}$, determinare la funzione composta

$h(x) = f \circ g(x)$

$$\frac{1}{2} \cos(e^{-x})$$

Calcolare la derivata della funzione composta h nel punto $x_0 = 0$.

$$\frac{1}{2} \sin 1$$