

A1. [8 punti]

Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - 5y'(x) + 6y(x) = 0 \\ y(0) = 2, \quad y'(0) = 1. \end{cases}$$

$$y(x) = -3e^{3x} + 5e^{2x}$$

A2. [8 punti] Data la funzione $f(x) = e^{\frac{1}{2}\cos(x) - 2x^2}$, determinare il polinomio di Taylor di grado 2 con centro $x_0 = 0$.

$$p(x) = e^{1/2} - \frac{9}{4}e^{1/2}x^2$$

A3. [8 punti] Trovare per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha $3^{x^2+8x+19} \leq 1$.

$$\emptyset$$

A4. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Una popolazione con legge di crescita esponenziale triplica in 3 anni. Sapendo che il numero di individui dopo 10 anni da un istante iniziale è pari a 10^3 unità, calcolare il numero di individui presenti all'istante iniziale.

$$k = \frac{\ln 3}{3}, \quad y(0) = \frac{10^3}{e^{10 \cdot k}} = 3^{10/3}$$

A5. [8 punti]

Data la funzione $f(x) = \frac{x^{1/3}}{x^{4/3} + 2}$, determinare $F(x) := \int_1^x f(t) dt$ e cal-

colare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x}$

$$0$$

$$\frac{3}{4} [\ln(x^{4/3} + 2) - \ln 3]$$

A6. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Dati 5 litri di una soluzione concentrata al 40%, determinare quanto solvente aggiungere per ottenere una soluzione concentrata al 25%. 3

A7. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Determinare l'espressioni in scala semilog in base 10 delle seguenti funzioni

$$z = \text{Log } 3 - 2w \quad y(x) = 3 \cdot 10^{-3x}, \quad y(x) = \left(\frac{1}{100}\right)^x \quad z = 2w$$

e tracciare un grafico qualitativo di tali espressioni.

Determinare poi l'espressione $y = f(x)$ della funzione che in scala log log (in base 10) è rappresentata da $z = 3w + 100$.

$$y(x) = x^3 \cdot 10^{100}$$

A8. [10 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Data la funzione $f = \frac{e^{x+4}}{e^x - 4}$, determinare:

· Campo di esistenza $(-\infty, \ln 4) \cup (\ln 4, +\infty)$

· Segno $f(x) > 0 \quad x > \ln 4$

· Limiti agli estremi del campo di esistenza $\lim_{x \rightarrow \ln 4^+} f(x) = \pm \infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = e^4$

· Eventuali punti stazionari

· Grafico qualitativo della funzione

$$f'(x) = - \frac{4e^{x+4}}{(e^x - 4)^2}$$

