

Matematica (Biotechnologie) – 22/07/2019

Cognome e nome: \_\_\_\_\_  
 Numero di matricola: \_\_\_\_\_  
 Firma: \_\_\_\_\_

Esercizi 1-3 e 8. Scrivere le soluzioni nei riquadri. Non vengono assegnati punteggi parziali.

Esercizi 4-7. Per ogni esercizio risolto, riportare il procedimento e la soluzione su un foglio allegato. Possono essere assegnati punteggi parziali ma non vengono assegnati punti se manca il procedimento.

SUFFICIENZA 36 PUNTI SU 66

Spazio riservato alla commissione.

Punti. 1-3.	4-6.	7-8.	Totale.
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

1. [8 punti]

Determinare quali valori reali di  $x$  soddisfano l'equazione

$$16^x = 2^{2x-3}$$

$$x = -3/2$$

2. [8 punti]

Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^2 \frac{x^9}{x^{10} + 1} dx.$$

$$\frac{1}{10} \ln(2^{10} + 1)$$

3. [8 punti]

Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \ln(x^2 + 1)$$

nel suo punto di ascissa 2 (scrivere il risultato nella forma  $y = mx + q$ ).

$$y = \frac{4}{5}x - \frac{8}{5} + \ln 5$$

Spazio riservato alla commissione

Punti. 1.	2.	3.	Tot.
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>



$$f'(x) = \frac{10}{(x-5) \cdot (x+5)} \Rightarrow f. \text{ strictly increasing}$$

$$f''(x) = -10 \cdot \frac{2x}{(x-5)^2 (x+5)^2}$$

4. [10 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Data la funzione

$$f(x) = \ln \frac{x-5}{x+5} \quad D_f = (-\infty, -5) \cup (5, +\infty)$$

- precisare il dominio e discutere il segno;  $f(x) > 0 \quad x < -5$
- calcolare i limiti agli estremi del dominio;  $\lim_{x \rightarrow -5^-} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = -\infty$
- studiare crescenza, decrescenza ed estremi relativi;  $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = +\infty$
- studiare concavità, convessità e flessi;
- tracciarne il grafico.

5. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Una popolazione, con legge di crescita esponenziale, aumenta del 10% (di una data quantità iniziale) in 231 anni. Calcolare il numero degli individui a un istante iniziale sapendo che il numero di individui dopo 100 anni è di 10 000 unità.  $K = \ln(11/10)/231$

$$y(0) = 10'000 / e^{K \cdot 100}$$

6. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Rappresentare in scala semilog (in base 10) i grafici delle seguenti funzioni:

$$Z = 4W \quad y = 10^{4x} \quad y = 10 \cdot 10^{6x} \quad Z = 6W + 1$$

Dire inoltre qual è la funzione  $y = f(x)$  il cui grafico in scala semilog (in base 10) è la retta  $x + 2z + 1 = 0$ .  $y = 10^{-\frac{1}{2}(x+1)}$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ Tot. ☐

7. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Si hanno 40 chilogrammi di una miscela costituita per il 25% dalla sostanza A e per il restante 75% dalla sostanza B. Quanti chilogrammi di A bisogna aggiungere se si vuole che la miscela finale sia costituita per il 35% dalla sostanza A?

$$\approx 6,15$$

8. [8 punti]

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 3y''(x) + y(x) = 0 \\ y(0) = 3, \quad y'(0) = 0. \end{cases}$$

$$y(x) = 3 \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{3} x\right)$$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 7. ☐ 8. ☐ Tot. ☐