

A1. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Una popolazione con legge di crescita esponenziale si riduce del 10% in 30 anni. Sapendo che il numero di individui ad un istante iniziale è pari a 100 unità, calcolare il numero di individui presenti dopo 13 anni.

$$k = \frac{1}{30} \ln\left(\frac{9}{10}\right), \quad y(13) = 100 \cdot e^{13 \cdot k}$$

A2. [8 punti]

Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin(x^2) dx = \boxed{1}$$

A3. [8 punti]

Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - 4y'(x) + 3y(x) = 0 \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 1. \end{cases}$$

$$\boxed{y(x) = -\frac{1}{2}e^x + \frac{1}{2}e^{3x}}$$


A4. [10 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Data la funzione $f = e^{-\frac{1}{x^2}}$, determinare:

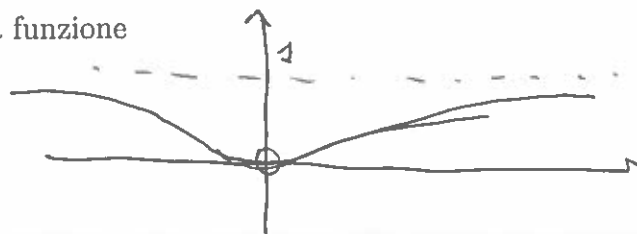
. Campo di esistenza $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

. Segno $f(x) > 0 \quad \forall x \in D$

. Limiti agli estremi del campo di esistenza $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0^{\pm}} f(x) = 0$

. Eventuali punti stazionari $f'(x) = e^{-x^{-2}}(2x^{-3})$ 

. Grafico qualitativo della funzione



A5. [8 punti] Trovare per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha $3^{x^2-5x+6} \leq 1$.

$$2 \leq x \leq 3$$

A6. [8 punti] Data la funzione $f(x) = e^{\frac{1}{2} \cos(x) - 2x^2}$, determinare il polinomio di Taylor di grado 2 con centro $x_0 = 0$.

$$p(x) = e^{\frac{1}{2}} - e^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{9}{4} x^2$$

A7. [8 punti] **RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO**

Determinare l'espressioni in scala semilog in base 10 delle seguenti funzioni

$$z = \log z - 3x \quad y(x) = 2 \cdot 10^{-3x}, \quad y(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad z = x \log\left(\frac{1}{2}\right)$$

e tracciare un grafico qualitativo di tali espressioni.

Determinare poi l'espressione $y = f(x)$ della funzione che in scala log log (in base 10) è rappresentata da $z = 2w + 2$.

$$y = 10^2 \cdot x^2$$

A8. [8 punti] **RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO**

Dati 5 litri di una soluzione concentrata al 40%, determinare quanto solvente aggiungere per ottenere una soluzione concentrata al 25%.

3
