

Matematica (Biotecnologie) – 9/9/2019

Cognome e nome: _____

Numero di matricola: _____

Firma: _____

Esercizi 1-3 e 8. Scrivere le soluzioni nei riquadri. Non vengono assegnati punteggi parziali.

Esercizi 4-7. Per ogni esercizio risolto: riportare il procedimento e la soluzione su un foglio allegato. Possono essere assegnati punteggi parziali ma non vengono assegnati punti se manca il procedimento.

SUFFICIENZA 36 PUNTI SU 66

Spazio riservato alla commissione.

Punti. 1-3. 4-6. 7-8. Totale.

1. [8 punti]

Determinare quali valori reali di x soddisfano l'equazione

$$16^x = 4^{x-2}.$$

$$x = -2$$

2. [8 punti]

Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{\sqrt{\ln 2}} \frac{x e^{x^2}}{e^{x^2} + 1} dx.$$

$$\frac{1}{2} [\ln 3 - \ln 2]$$

3. [8 punti]

Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

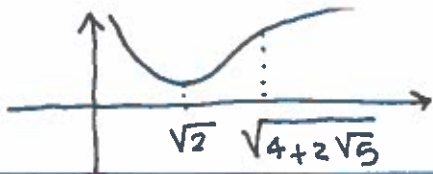
$$f(x) = e^{1-2x^2}$$

nel suo punto di ascissa 0 (scrivere il risultato nella forma $y = mx + q$).

$$y = e$$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1. 2. 3. Tot.



4. [10 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Data la funzione

$$f(x) = \ln \frac{x^2 + 2}{x} \quad D_f = (0, +\infty)$$

- a) precisare il dominio e discutere il segno; $f(x) > 0 \quad \forall x \in D_f$
 b) calcolare i limiti agli estremi del dominio; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$
 c) studiare crescita, decrescenza ed estremi relativi;
 d) studiare concavità, convessità e flessi; $f'(x) = \frac{x^2 - 2}{x(x^2 + 2)}, f''(x) = \frac{-x^4 + 8x^2 + 4}{x^2(x^2 + 2)^2}$
 e) tracciarne il grafico.
- $x = \sqrt{2}$ p. di minimo, $x = \sqrt{4+2\sqrt{5}}$ p. di flesso

5. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Una sostanza radioattiva ha tempo di dimezzamento di 1500 anni (cioè dopo 1500 anni una quantità iniziale si dimezza). Calcolare la percentuale ancora presente dopo 150 anni. $k = \ln(1/2)/1500$
 $y(150) = y(0) e^{150 \cdot k} = y(0) \cdot 2^{-1/10}$. Percentuale: $\approx 93\%$

6. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Rappresentare in scala semilog (in base 10) i grafici delle seguenti funzioni:

$$Z = 4W \quad y = 10^{4x} \quad y = 10 \cdot 10^{6x} \quad Z = 6W + 1$$

Dire inoltre qual è la funzione $y = f(x)$ il cui grafico in scala semilog (in base 10) è la retta $x + 2z + 1 = 0$.

$$y = 10^{-\frac{1}{2}(x+1)}$$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 4. 5. 6.

Tot.

7. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

La popolazione A ha un numero di individui pari al 30% del numero degli individui della popolazione B. Al termine di un certo intervallo di tempo, la popolazione B è diminuita del 10% e la popolazione A è rimasta invariata. Calcolare la percentuale di A rispetto a B.

$$\approx 33,3\%$$

8. [8 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 3y'(x) + \frac{9}{4}y(x) = 0 \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

$$y(x) = 3e^{\lambda x} - 3\lambda x e^{\lambda x}$$

$$\lambda = -\frac{3}{2}$$

$$y(x) = 3e^{-\frac{3}{2}x} + \frac{9}{2}x e^{-\frac{3}{2}x}$$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 7. 8.

Tot.