
Matematica (Biotecnologie) – 19/11/2018

Cognome e nome: _____

Numero di matricola: _____

Firma: _____

Esercizi 1-4. *Scrivere le soluzioni nei riquadri. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

Esercizi 5-7. *Per ogni esercizio risolto: riportare il procedimento e la soluzione su un foglio allegato. Possono essere assegnati punteggi parziali ma non vengono assegnati punti se manca il procedimento.*

Esercizi 8-10. *Barrare la risposta corretta.*

Tutti gli esercizi valgono 6 punti.

Spazio riservato alla commissione.

Punti. 1-4. 5-7. 8-10. Totale.

1. Determinare quali valori reali di x soddisfano l'equazione

$$8^x = 2^{x-3} .$$

2. Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{\ln 2} \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 1} dx .$$

3. Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = e^{1-x^2}$$

nel suo punto di ascissa 0 (scrivere il risultato nella forma $y = mx + q$).

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 3y'(x) + \frac{9}{4}y(x) = 0 \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1. 2. 3. 4.

Tot.

5. Data la funzione

$$f(x) = \ln \frac{x}{x-5}$$

- a) precisare il dominio e discutere il segno;
- b) calcolare i limiti agli estremi del dominio;
- c) studiare crescita, decrescenza ed estremi relativi;
- d) studiare concavità, convessità e flessi;
- e) tracciarne il grafico.

6. Una sostanza radioattiva ha tempo di dimezzamento di 1500 anni (cioè dopo 1500 anni una quantità iniziale si dimezza). Calcolare la percentuale ancora presente dopo 150 anni.

7. Rappresentare in scala semilogy (in base 10) i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = 10^{4x} \quad y = 10 \cdot 10^{6x}.$$

Dire inoltre qual è la funzione $y = f(x)$ il cui grafico in scala semilogy (in base 10) è la retta $x + 2z + 1 = 0$.

Spazio riservato alla commissione

Punti: 5. 6. 7.

Tot.

8. Si vogliono ottenere 10 litri di una miscela di A e B, in cui il volume di A sia 4 volte il volume di B. Quanti litri di sostanza A occorrono? (Si suppone che nella reazione solvente-soluto si conservino tutti i volumi)

9. Se a e b sono due numeri reali strettamente positivi e diversi da 1 allora l'unica affermazione corretta è

a $a^{2\log_a x} = 2x$

b $f(x) = a^x$ è monotona crescente

c $a^x = b^{x\log_b a}$

d $f(x) = a^x$ è monotona decrescente.

10. Siano a e b due numeri reali positivi diversi da 1. Dire quali delle seguenti affermazioni è corretta:

a $\ln(a + b) = (\ln a)(\ln b)$

b $(a^x)(b^x) = (a + b)^x$ per ogni $x \in \mathbb{R}$

c $a^{\log_b x} = b^{\log_a x}$ per ogni $x > 0$

d $a^{\log_a x} = b^{\log_b x}$ per ogni $x > 0$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 8. 9. 10. 11.

Tot.