

A1. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Determinare l'espressione in scala log log in base 10 della seguente legge potenza $y(x) = 4x^{-3}$ e tracciare un grafico qualitativo di tale espressione. $z = \log 4 - 3w$

Determinare poi l'espressione $y = f(x)$ della funzione che in scala semilogy (in base 10) è rappresentata da $z = 4w - 3$. $y = 10^{4x-3}$

A2. [10 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Data la funzione $f(x) = |e^{-x} - \frac{1}{4}e^{-x/2}|$, determinare:

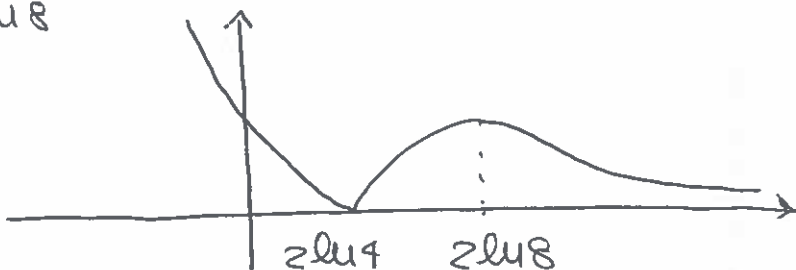
. Campo di esistenza \mathbb{R}

. Segno $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

. Limiti agli estremi del campo di esistenza $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

. Eventuali punti stazionari $x = 2 \ln 8$

. Grafico qualitativo della funzione



A3. [8 punti]

Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) + 4y(x) = 0 \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

$$y(x) = e^{-x} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \sin(\sqrt{3}x) + \cos(\sqrt{3}x) \right)$$

A4. [8 punti]

Data la funzione $f(x) = (e^{x^2} + x^5)x$, determinare la funzione $F(x) := \int_0^x f(t) dt$

e calcolare $\int_0^1 f(x) dx$

$$\frac{1}{2} e + \frac{1}{7} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} e^{x^2} + \frac{x^7}{7} - \frac{1}{2}$$

A5. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

La popolazione A ha un numero di individui pari al 40% della popolazione B . Al termine di un certo intervallo di tempo la popolazione B è aumentata del 5% mentre la popolazione A è rimasta invariata. Calcolare la percentuale di A rispetto a B al termine dell'intervallo di tempo. $\approx 38\%$

A6. [8 punti]

Data la funzione $f(x) = -1 + x + \frac{\sin x}{x}$, determinare il polinomio di Taylor di centro $x_0 = \pi$ e ordine 2 di f . $P_2(x) = -1 + x - \frac{1}{\pi}(x - \pi) + \frac{1}{\pi^2}(x - \pi)^2$

Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(x_0, f(x_0))$

$$y = -1 + x - \frac{1}{\pi}(x - \pi)$$

A7. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Una colonia batterica che evolve con legge di crescita esponenziale aumenta del 5% (rispetto ad una data quantità iniziale) in 3 minuti. Calcolare, quanto tempo (in minuti) occorre perchè il numero di individui aumenti del 10%. $k = \frac{1}{3} \ln\left(\frac{21}{20}\right)$, $\bar{t} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{11}{10}\right)$

A8. [8 punti] Trovare per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha $\frac{8 - 8x^2}{e^{2x} - e^8} \geq 0$.
 $x \leq -1 \cup 1 \leq x < 4$