

MATEMATICA, SCRITTO DEL 20 SETTEMBRE 2021

Di OGNI esercizio riportare il procedimento sul foglio. La sufficienza è 36/66.

Esercizio 1 [8 Punti]. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 3y'(x) + 2y(x) = 10 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

e calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$. 5

ATTENZIONE: IL RISULTATO E' UN NUMERO INTERO O $\pm\infty$

Esercizio 2 [8 Punti]. Considerare la funzione $f(x) = ||x - 1| - 1|$ definita per $x \in \mathbb{R}$. Determinare le ascisse dei punti di minimo (relativo) e calcolarne la loro somma. 2

ATTENZIONE: IL RISULTATO E' UN NUMERO INTERO.

Esercizio 3 [8 Punti]. Calcolare

$$2 \int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} x \cos(x^2) dx \quad 1$$

ATTENZIONE IL RISULTATO E' UN NUMERO INTERO.

Esercizio 4 [8 Punti]. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x + \sin(x) + e^{-x^2} - 2x^3}{x^3 - x^2 + 1} + 4 \quad 2$$

ATTENZIONE: IL RISULTATO DEL LIMITE E' UN NUMERO INTERO O $\pm\infty$

Esercizio 5 [8 Punti]. Considerata la disequazione

$$e^{\sqrt{x^2-1}} \log\left(\frac{x-1}{x+1}\right) > 0 \quad -1$$

indichiamo con S l'intervallo di numeri reali che la soddisfano. Determinare il secondo estremo dell'intervallo S .

ATTENZIONE: IL RISULTATO E' UN NUMERO INTERO

Esercizio 6 [8 Punti]. Si considerino le popolazioni A e B che evolvono con legge esponenziale.

Sappiamo che la popolazione A raddoppia in 400 anni mentre la popolazione B si dimezza in 300 anni.

Indichiamo con A_0 e B_0 il numero di individui al tempo $t = 0$ delle popolazioni A e B , rispettivamente.

Sapendo che all'istante di tempo $t^* = 1200$ (anni) le popolazioni hanno lo stesso numero di individui, calcolare il rapporto $\frac{B_0}{A_0}$. 128

ATTENZIONE IL RISULTATO E' UN NUMERO INTERO.

Esercizio 7 [2 Punti]. Scrivere l'espressione in scala semilog in base 10 della legge esponenziale

$$y(x) = 2 \cdot 4^{2x} \quad z = \log z + (2 \log 4) x$$

Esercizio 8 [8 Punti]. Una popolazione dopo essersi ridotta al 30% dei suoi individui a causa di un'epidemia, aumenta del 40%. Calcolare la percentuale di individui al tempo presente rispetto al numero di individui prima della fase di decrescita. 42%

Esercizio 9 [8 Punti]. Determinare la retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \frac{2x + 1}{e^{2x} + 2}$$

nel punto di ascissa 0. Sia \bar{x} l'ascissa del punto di intersezione di tale retta con la retta $y = 0$, calcolare $4\bar{x}$. -3

ATTENZIONE: IL RISULTATO E' UN NUMERO INTERO.