

MATEMATICA, SCRITTO DEL 6 SETTEMBRE 2021

Di OGNI esercizio riportare il procedimento sul foglio. La sufficienza è 36/66.

Esercizio 1 [8 Punti]. Considerata la disequazione

$$\frac{x^2 - 1}{\log(x^2 - 1)} \geq 0,$$

indichiamo con S l'insieme di numeri reali che la soddisfano.

Detto a il più grande numero reale negativo appartenente ad S , calcolare $a \cdot (-a)$. - 2

ATTENZIONE: IL RISULTATO E' UN NUMERO INTERO

Esercizio 2 [8 Punti]. Una popolazione P ha il 40% dei suoi individui nati prima del 2000. Tra questi, $1/5$ è nato dopo il 1990.

Calcolare la percentuale di individui nati tra il 1990 ed il 2000 e quella dei nati dopo il 1990, rispetto al totale della popolazione. 8%, 68%

ATTENZIONE: IL RISULTATO E' UN NUMERO INTERO.

Esercizio 3 [8 Punti]. Si considerino le popolazioni A e B che evolvono con legge esponenziale.

Sappiamo che la popolazione A raddoppia in 400 anni mentre la popolazione B raddoppia in 300 anni.

Indichiamo con A_0 e B_0 il numero di individui al tempo $t = 0$ delle popolazioni A e B , rispettivamente.

Sapendo che $A_0 = 2B_0$, calcolare in che istante di tempo le due popolazioni hanno lo stesso numero di individui. 1200

ATTENZIONE IL RISULTATO E' UN NUMERO INTERO.

Esercizio 4 [8 Punti]. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + y'(x) + y(x) = 0 \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 1, \end{cases}$$

e calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$. 0

ATTENZIONE: IL RISULTATO DEL LIMITE E' UN NUMERO INTERO

Esercizio 5 [8 Punti]. Considerare la funzione $f(x) = ||x^2 - 1| - 3|$ definita per $x \in \mathbb{R}$.

Determinare le ascisse dei punti di massimo (relativo) e calcolarne il loro prodotto. - 1
ATTENZIONE: IL RISULTATO E' UN NUMERO INTERO

Esercizio 6 [8 Punti]. Si ponga

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\sin^2(x^2) + \log(1+x) + \frac{2^x - 1}{x} \right),$$

calcolare e^L . 2

ATTENZIONE: IL RISULTATO E' UN NUMERO INTERO O $\pm\infty$.

Esercizio 7 [2 Punti]. Scrivere l'espressione in scala semilog in base 10 della legge esponenziale

$$y(x) = 2 \cdot 4^{2x} \quad z = \text{Log} 2 + (\text{Log} 4) 2x$$

Esercizio 8 [8 Punti]. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + e^x - 1 + x^2}{x + x^7 + x^5}$$

ATTENZIONE: IL RISULTATO È UN NUMERO INTERO 2

Esercizio 9 [8 Punti]. Determinare la retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \frac{2x + 1}{e^{2x} + 2}$$

nel punto di ascissa 0. Sia \bar{x} l'ascissa del punto di intersezione di tale retta con la retta $y = 0$, calcolare $4\bar{x}$. - 3

ATTENZIONE: IL RISULTATO E' UN NUMERO INTERO.