

**A1. [8 punti]**

Data la funzione  $f(x) = 1 + x + e^{-x^2}$ , determinare il polinomio di Taylor di centro  $x_0 = 0$  e ordine 2 di  $f$ .  $-x^2 + x + 2$

Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(x_0, f(x_0))$   $x+2$

**A2. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO**

Determinare l'espressione in scala log log in base 10 della seguente legge potenza  $y(x) = 2x^{-2}$  e tracciare un grafico qualitativo di tale espressione.

Determinare poi l'espressione  $y = f(x)$  della funzione che in scala semilogy (in base 10) è rappresentata da  $z = 2w - 2$ .

$$1) z = \log_2 - 2w$$


$$2) y = 10^{2x-2}$$

**A3. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO**

Una colonia batterica che evolve con legge di crescita esponenziale aumenta del 10 % (rispetto ad una data quantità iniziale) in 3 minuti. Calcolare, quanto tempo (in minuti) occorre perchè il numero di individui aumenti del 5%.

~~...~~ ;  

$$k = \frac{1}{3} \ln \frac{11}{10}, \quad T = \frac{1}{k} \ln \frac{21}{20} \approx 1,5 \text{ min.}$$

**A4. [8 punti] Trovare per quali  $x \in \mathbb{R}$  si ha**

$$\frac{e^{-2x} - 1}{2 - e^{-2x}} \geq 1. \quad \left( \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3} \right]$$

**A5. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO**

In una cascina ci sono 1100 tra tacchini e maiali. Sapendo che il numero totale di gambe è 3400 calcolare quanti tacchini e quanti maiali ci sono.

$m = 600, t = 500$

A6. [10 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

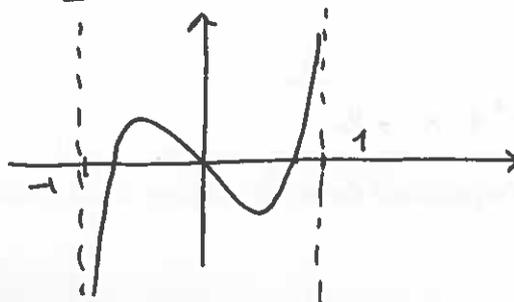
Data la funzione  $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) - 4x$ , determinare:  $x \in (-1, 1)$

. Campo di esistenza  $x \in (-1, 1)$

. Limiti agli estremi del campo di esistenza  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$

. Eventuali punti stazionari  $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

. Grafico qualitativo della funzione



A7. [8 punti]

Data la funzione  $f(x) = \frac{\sin(2x)}{\cos(2x)}$  con  $x \in (0, \pi/4)$ , determinare la funzione integrale

$$F(x) := \int_0^x f(t) dt = -\frac{1}{2} \ln(\cos 2x)$$

e calcolare  $\lim_{x \rightarrow \pi/4^-} F(x) = +\infty$

A8. [8 punti]

Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - 2y(x) - 3 = 0 \\ y(0) = 1, \end{cases}$$

$$y(x) = \frac{5}{2} e^{2x} - \frac{3}{2}$$