

Matricola

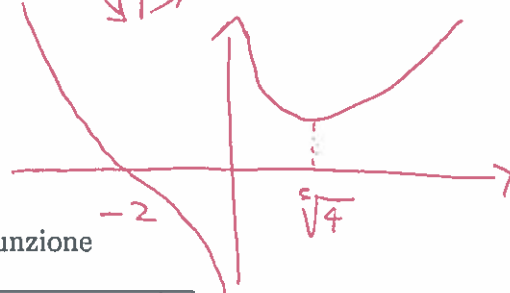
Cognome e Nome

VOTO:

A1. [10 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Data la funzione $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{x^2}{8}$, determinare:

- . Campo di esistenza $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- . Segno $f > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$, $f = 0 \Leftrightarrow x = -2$
- . Limiti agli estremi del campo di esistenza $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^\pm} f(x) = \pm\infty$
- . Monotonia ed eventuali punti stazionari $x = \sqrt[3]{4}$
- . Grafico qualitativo della funzione



A2. [8 punti]

Data la funzione $f(x) = \cos(x)e^{\sin(x)}$, determinare la funzione

$$F(x) := \int_0^x f(t) dt \quad \boxed{e^{\sin x} - 1}$$

e calcolare $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} F(x)$ $e - 1$

A3. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Determinare l'espressione in scala semilog in base 10 della seguente legge esponenziale $y(x) = 3^{2x}$ e tracciare un grafico qualitativo di tale espressione. $z = 2w(\log 3) = (\log 9)w$

Determinare poi l'espressione $y = f(x)$ della funzione che in scala loglog (in base 10) è rappresentata da $z = \frac{1}{2}w - 6$. $y = 10^{-6} \cdot x^{1/2}$

A4. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Si miscelano 10 litri di una soluzione concentrata al 20% e 5 litri al 10%. Calcolare la concentrazione della soluzione ottenuta. $16,66\%$

A5. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Una colonia batterica che evolve con legge di crescita esponenziale diminuisce del 20% (rispetto ad una data quantità iniziale) in 10 minuti.

Sapendo che all'istante iniziale il numero di batteri è pari a 1000, calcolare il numero di batteri presenti dopo 5 minuti.

$$k = \frac{1}{10} \ln\left(\frac{4}{5}\right), \quad y(5) \approx 897,42$$

A6. [8 punti] Trovare per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha

$$\frac{e^{\frac{x^2-1}{x}} - 1}{x^2 - 1} \geq 0. \quad x \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$$

A7. [8 punti]

Date le funzioni $f(x) = x^2$ e $g(x) = \sin(x)$, calcolare la funzione

$$h(x) = (f \circ g)(x) = (\sin x)^2$$

Sia $x_0 = \frac{\pi}{2}$, determinare l'equazione della retta tangente al grafico di h nel punto $(x_0, h(x_0))$

$$y = 1$$

A8. [8 punti]

Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2y'(x) + y(x) = 2 \\ y(0) = 1, \end{cases}$$

$$y(x) = -e^{-x/2} + 2$$