

A1. [8 punti]

Date le funzioni $f(x) = x^2 e^x$ e $g(x) = \sin(2x)$, determinare l'espressione di $h(x) = (g \circ f)(x)$.

$$h(x) = \sin(2x^2 e^x)$$

Determinare $h'(1)$.

$$h'(1) = \cos(2e) 6e$$

A2. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Dati V litri di una soluzione concentrata al 20%. Calcolare (in funzione di V) quanti litri di solvente di devono aggiungere per ottenere una soluzione concentrata al 6%.

$$\frac{7}{3} V$$

A3. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Una colonia batterica che evolve con legge di crescita esponenziale aumenta del 10 % (rispetto ad una data quantità iniziale) in 10 minuti. Sapendo che dopo 5 minuti ci sono 100 batteri, calcolare quanti batteri c'erano all'istante iniziale.

$$k = \frac{1}{10} \ln\left(\frac{11}{10}\right)$$

$$y(0) = 100 / e^{5k}$$

A4. [8 punti]

Trovare la soluzione del problema di Cauchy

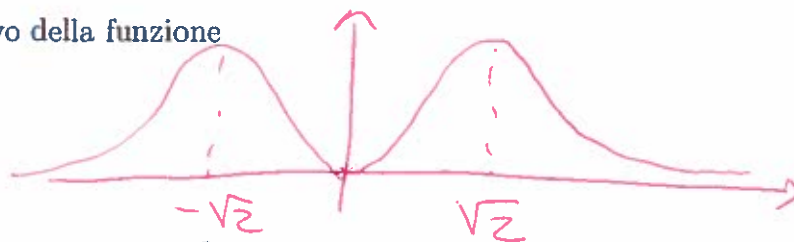
$$\begin{cases} y'(x) + 3y(x) - 2 = 0 \\ y(0) = 2, \end{cases}$$

$$y(x) = \frac{4}{3} e^{-3x} + \frac{2}{3}$$

3 A5. [10 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Data la funzione $f(x) = x^2 e^{-\frac{x^2}{2}}$, determinare:

1. Campo di esistenza ed eventuali simmetrie \mathbb{R} , pari
2. Segno $f(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$
- . Limiti agli estremi del campo di esistenza $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = 0$
- . Eventuali punti stazionari $x=0, x' = \pm \sqrt{2}$
- . Grafico qualitativo della funzione



A6. [8 punti]

Data la funzione $f(x) = \cos(x) \sin^3(x)$, determinare la funzione integrale

$$F(x) := \int_0^x f(t) dt \quad \boxed{\frac{1}{4} (\sin x)^4}$$

e calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} F(x)$

A7. [8 punti] Trovare per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha

$$\frac{e^{x^2-4} - 1}{\ln\left(\frac{x-2}{x+2}\right)} \geq 0. \quad \boxed{x < -2}$$

A8. [8 punti] **RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO**

Determinare l'espressione in scala log log in base 10 della seguente legge potenza $y(x) = 4x^8$ e tracciare un grafico qualitativo di tale espressione. $z = \log 4 + 8w$

Determinare poi l'espressione $y = f(x)$ della funzione che in scala semilog (in base 10) è rappresentata da $z = 4w + \frac{1}{2}$. $y = 10^4 x \cdot 10^{1/2}$