

Matricola

Cognome e Nome

VOTO:

**A1. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO**

Determinare l'espressione in scala log log in base 10 della seguente legge potenza  $y(x) = 2x^{-2}$  e tracciare un grafico qualitativo di tale espressione.  $z = \log z - 2w$

Determinare poi l'espressione  $y = f(x)$  della funzione che in scala semilog (in base 10) è rappresentata da  $z = 2w - 2$ .  $y = 10^{2x} \cdot 10^{-2}$

**A2. [8 punti]**

Data la funzione  $f(x) = e^x \sin(e^x)$ , determinare il polinomio di Taylor di centro  $x_0 = 0$  e ordine 2 di  $f$ .  $P_2(x) = \frac{2}{3} \cos(1) x^2 + (\sin 1 + \cos 1) x + \sin 1$

Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(x_0, f(x_0))$ .  $y = (\sin 1 + \cos 1)x + \sin 1$

**A3. [8 punti]**

Data la funzione  $f(x) = e^x \sin(e^x)$ , determinare la funzione

$$F(x) := \int_0^x f(t) dt \quad -\cos(e^x) + \cos(1)$$

e calcolare  $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x)$

$$\cos(1) - 1$$

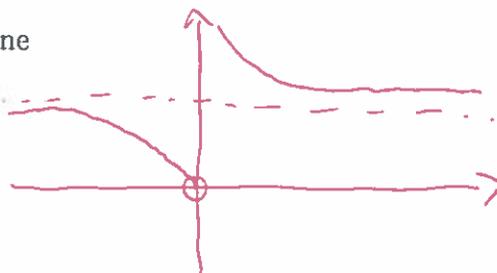
**A4. [10 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO**

Data la funzione  $f(x) = e^{\frac{2x+1}{x}}$ , determinare:

- Campo di esistenza  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- Segno  $f(x) > 0 \quad \forall x \in D_f$
- Limiti agli estremi del campo di esistenza
- Monotonia ed eventuali punti stazionari
- Grafico qualitativo della funzione

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$   
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$   
 $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = e^2$

sempre decrescente



**A5. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO**

In una classe di studenti il 20% degli studenti è alto al più 175 cm; di questi  $\frac{1}{5}$  è alto più di 160 cm. Calcolare la percentuale (rispetto al totale della popolazione) di studenti la cui altezza è compresa tra 160 e 175 cm. (attenzione: si intende valori estremi compresi). Calcolare inoltre la percentuale di studenti (rispetto al totale della popolazione) alti più di 175 cm (attenzione: si intende valori estremi non compresi).

4%, 80%

**A6. [8 punti]**

Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - 2y(x) - 3 = 0 \\ y(0) = 1, \end{cases}$$

$$y(x) = \frac{5}{2} e^{2x} - \frac{3}{2}$$

**A7. [8 punti]** Trovare per quali  $x \in \mathbb{R}$  si ha

$$\frac{\log(x^2 - 5x + 7)}{x^2 - 5x + 6} \geq 0.$$

$\mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$

**A8. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO**

Una colonia batterica che evolve con legge di crescita esponenziale aumenta del 10 % (rispetto ad una data quantità iniziale) in 3 minuti. Calcolare, quanto tempo (in minuti) occorre perchè il numero di individui aumenti del 5%.

$$k = \frac{1}{3} \ln\left(\frac{11}{10}\right)$$

$$T = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{21}{20}\right)$$