Elementi di Calcolo Scientifico per l'Ingegneria
14/01/2019

Cognome: ______________________
Nome: ______________________

☐ Autorizzo la pubblicazione dell'esito dello scritto on-line

SIMULAZIONE ESAME

REGOLE GENERALI D'ESAME

Per ciascun esercizio verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta e 0 punti in caso di risposta non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta maggiore o uguale a 18: è necessario conseguire **almeno 9** punti in ciascuna delle due parti. Il tempo globale a disposizione è di 2 ore e 45 minuti (di cui 1 ora e mezzo per la parte di Matlab).

Esercizi

5-6 esercizi per un totale di 18 punti.

Programmazione in MATLAB

1. Date le seguenti coppie di valori: 5 pt.

$$(-1,0),(0,2)\ (1,3)\ (2,1),\ (3,1/8)$$

calcolare la retta di regressione $r(x)$ relativa ai punti dati. Quindi calcolare il valore della retta nel punto $x = 1/4$. Scrivere di seguito l'equazione della retta e il valore $r(1/4)$.

Soluzione: $r(x) = -0.075x + 1.3 \qquad r(1/4) = 1.2812$

2. Dato il seguente problema di Cauchy: 6 pt.

$$\begin{cases} y'(t) = 1 - y^2(t) & t \in (0, 20] \\ y(0) = \frac{e-1}{e+1} \end{cases}$$

calcolare la soluzione approssimata ottenuta mediante il metodo di Crank Nicolson implementato nel *function* file Matlab ***cranknic.m*** presente nella cartella di lavoro. A tal fine lo studente deve scrivere uno *script file* nel quale dovrà richiamare la suddetta *function*. Quindi dovrà calcolare l'errore di approssimazione in norma infinito in corrispondenza dei seguenti valori di *Nh*: 10, 20, 50, 100 (*Nh* indica il numero di intervalli) e sapendo che la soluzione esatta è data da $y(t) = \dfrac{e^{2t+1}-1}{e^{2t+1}+1}$. Riportare i quattro valori dell'errore qui sotto

Soluzione: $err_{10} = 0.0941 \quad err_{20} = 0.0212 \quad err_{50} = 0.0034 \quad err_{100} = 8.22\ 10^{-4}$

[**Suggerimento:** per richiamare correttamente la funzione *cranknic* richiamare l'*help* della funzione stessa.]

3. Approssimare - usando il metodo di Newton - gli zeri della seguente funzione:

7 pt.

$$f(x) = \sin(x - 1) - 0.5 \sin(2(x - 1))$$

nell'intervallo $[-3, 3]$ e commentare i risultati ottenuti. Procedere secondo i seguenti punti:

1. Definire la funzione e disegnarla. v. codice
2. Localizzare le radici $x_1 \approx -2.2$ e $x_2 = 1$
3. Scegliere due dati iniziali opportuni per calcolare entrambe le radici con Newton[1] (porre $toll = 1.e - 8$, $nmax = 100$). Riportare i punti iniziali utilizzati: $x^{(0)} = 1.2, -2.5$
4. Confrontare il numero di iterazioni che sono servite per approssimare le due radici. Quanto valgono? Rispettivamente 41 iterazioni per approssimare $x = 1$ e solo 4 per ottenere $x = -2.141593$
   Perchè sono così diversi? La funzione è molto "schiacciata" in un intorno di $x = 1$, precisamente la radice $x = 1$ ha molteplicità 2 ovvero la derivata di f è nulla in quel punto e questo rende il metodo di Newton più lento (vengono meno alcune ipotesi del teorema): in un intorno di 1 la convergenza è lineare (e non più quadratica).

Salvare in un file Matlab tutte le istruzioni corrispondenti ai punti indicati sopra.

[1] Utilizzare il programma **newton_2018.m** presente nella cartella di lavoro.