

CALCOLO NUMERICO: Prova del 24/11/2003

Esercizio 1. Sia $P_2(x)$ il polinomio interpolatore di Lagrange relativo ai nodi $\{1/2, 1, 3/2\}$ per la funzione

$$f(x) = \frac{1 + \sin(\pi x)}{x} .$$

Allora $P_2(2) - f(2)$ vale

Esercizio 2. Sia $P(x)$ il polinomio di grado ≤ 2 tale che

$$P(1) = 0, \quad P(2) = 10, \quad P'(0) = 1 .$$

Allora $P(-1)$ vale

Esercizio 3. Applicare un passo del metodo di Newton al sistema

$$\begin{cases} x^3y - 2x^2y + x + 2 = 0 \\ 3xy - \cos(xy) - x - 1 = 0 . \end{cases}$$

Partendo da $(x_0, y_0) = (1, 0)$, si ha $x_1 =$

, $y_1 =$

Esercizio 4. Applicare un passo del metodo di Newton per risolvere l'equazione

$$e^x - 2x^2 = 0 \quad x \in [-2, 0] .$$

Se x_0 è l'estremo di Fourier, allora x_1 vale

Esercizio 5. Si consideri la formula di quadratura

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx \omega_1 f(-1) + \omega_2 f(0) + \omega_3 f(1/2) .$$

Determinare ω_1 , ω_2 e ω_3 in modo che la formula di quadratura abbia ordine di precisione almeno 2.

$$\omega_1 = \boxed{}, \omega_2 = \boxed{}, \omega_3 = \boxed{} .$$

Esercizio 6. Sia

$$E = \int_{-1}^1 \left[\sin \left((x^2 - 1/4)\pi \right) - 3(x^2 - 1) \right] dx ,$$

e sia A il valore approssimato dell'integrale ottenuto usando la formula di Cavalieri-Simpson negli intervalli $[-1, 0]$, $[0, 1]$. Allora A vale

(1) Ogni risposta esatta vale 2 punti. Ogni risposta sbagliata oppure non data vale 0 punti. La prova si intende superata se il punteggio totale ottenuto è **maggiore o uguale a 8**.

(2) Durata della prova: **1 ora e 30 minuti**.
