

CALCOLO NUMERICO: Appello del 31/01/2003

Esercizio 1. Si consideri la funzione

$$f(x) = 3x^3 - x^2 + 5.$$

(a) Sia $P_2(x)$ il polinomio interpolatore di Lagrange di $f(x)$, relativo ai nodi $\{-1, 0, 2\}$. Allora $f(1) - P_2(1)$ vale

(b) Sia $r(x)$ la retta di regressione per f rispetto ai nodi $\{-1, 0, 2\}$. Allora $r(1)$ vale

Esercizio 2. Si consideri il seguente sistema differenziale

$$\begin{cases} 2x'(t) + 3y(t) + 20 = 0 & x(0) = 1 \\ y'(t) + x(t) + 1 = 0 & y(0) = 0. \end{cases}$$

(a) Applicare un passo del metodo di Eulero esplicito con passo $h = 1$. I valori approssimati di $x(1)$ e $y(1)$ sono $x^1 =$ e $y^1 =$

(b) Applicare un passo del metodo di Eulero implicito con passo $h = 1$. I valori approssimati di $x(1)$ e $y(1)$ sono $x_1 =$ e $y_1 =$

Esercizio 3. Si consideri il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \alpha \end{pmatrix},$$

dove α è un parametro reale.

(a) Il metodo di Jacobi è convergente se e solo se α

(b) Il metodo di Gauss-Seidel è convergente se e solo se α

Esercizio 4. Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 17 & -4 \\ 0 & -4 & 10 \end{pmatrix},$$

(a) Si consideri la fattorizzazione di Gauss $A = LU$. Allora $l_{32} + u_{33}$

vale

(b) Si consideri la fattorizzazione di Cholesky $A = LL^T$.

Allora $l_{31} + l_{32} + l_{33}$ vale

Esercizio 5. Dato il parametro reale α , si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ 0 & 12 & 2 \\ \alpha & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

(a) Per quali valori di α la matrice A risulta invertibile ed ammette la decomposizione di Gauss $A = LU$?

(b) Per quali valori di α la matrice A ammette la decomposizione di Cholesky $A = LL^T$?

Esercizio 6. Sia

$$E = \int_0^4 \frac{x}{x+1} dx.$$

(a) Se A_T è il valore approssimato di E ottenuto usando la formula dei trapezi negli intervalli $[0, 2]$, $[2, 4]$, allora A_T vale

(b) Se A_{CS} è il valore approssimato di E ottenuto usando la formula di Cavalieri-Simpson negli intervalli $[0, 2]$, $[2, 4]$, allora A_{CS} vale

(1) Ogni risposta esatta vale 2 punti. Ogni risposta sbagliata oppure non data vale 0 punti. Lo scritto si intende superato se il punteggio totale ottenuto è **maggiore o uguale a 16**.

(2) Durata della prova: **2 ore**.
