Problemi di massimo e minimo

1) Trovare un esempio di una funzione definita su $[0,1]$ a valori reali, limitata, continua in $[0, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, 1]$ che non ha né massimo, né minimo su $[0,1]$.

2) Determinare massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$$

nell'intervallo $[0,2]$.

3) Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{2+\alpha-x} & \text{per } -1 \leq x \leq 1, \\ x^2+2 & \text{per } 1 < x \leq 3. \end{cases}$$

Determinare il parametro α in modo tale che f risulti continua nel punto $x = 1$. Per tale valore del parametro f è derivabile in $x = 1$? Per il valore del parametro trovato, determinare i punti di massimo e di minimo assoluti di f in $[-1,3]$.

Ancora sulle derivate

1) Determinare e classificare i punti stazionari della funzione

$$f(x) = 2x^3 - 6x + 1.$$

2) Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{per } x \leq 3, \\ \alpha x + \beta & \text{per } x > 3. \end{cases}$$

Determinare i parametri α e β in modo che f risulti derivabile in $x = 3$.

3) Disegnare un grafico qualitativo della funzione

$$f(x) = x \ln|x|.$$

4) Disegnare un grafico qualitativo della funzione

$$f(x) = \frac{x^2+5}{x+2}.$$

Determinare, al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione

$$\frac{x^2+5}{x+2} = \lambda.$$