ANALISI UNO	Cognome e Nome	Firma
Appello del 20-01-2010		

1. **(2 punti)** $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{\sin(5x^4)}{x^4} + \frac{5x^4 - x^3 + 5}{5 + x^2 - x^4} + \frac{10}{\pi} \arctan(-5x^4) \right) =$ $\boxed{-10}$

2. **(3 punti)** Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = 7\,(\sin(2x))^+ + \left[\frac{1}{7} \cos^4(7x) \right]$, $\forall x \in \mathbf{R}$,
dove $(y)^+$ denota la parte positiva di y, mentre $[y]$ denota la parte intera di y
Quali delle seguenti proprietà ha la funzione f **in tutto** $\mathbf{R}$?
A) f è continua; B) f è derivabile; C) f è monotona; D) f è limitata inferiormente;
E) f è limitata superiormente; F) f è pari; G) f è dispari; H) f è periodica.
(**N.B.** La risposta a questa domanda sarà considerata esatta, se e solo se saranno indicate **tutte e sole** le proprietà che ha effettivamente la funzione f, fra quelle riportate qui sopra.)

$\boxed{\text{A - D - E - H}}$

3. **(3 punti)** $\lim_{x \to 0} \left(\frac{2(\cos(6x^2) - 1)}{x^2 \sin^2 x} + \frac{\ln(1 - 6x^3)}{x(e^x - 1)^2} + \sqrt[6]{|x|} \ln(|x|^6) \right) =$ $\boxed{-42}$

4. **(2 punti)** Sia $f(x) = \arctan(4\sin(4x)) + 4(x-1)^2 e^{-4x^2}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
Allora $f'(0)$ vale $\boxed{8}$

5. **(4 punti)** Sia T il più piccolo poligono convesso del piano complesso $\mathbf{C}$ contenente tutte le radici $z \in \mathbf{C}$ dell'equazione : $(z^3 + z)(z^2 + 2i)(z^2 - 9) = 0$. Sia $a(T)$ l'area di T; sia $M = \sup\{|z| : z \in T\}$. Allora $a(T) + M$ vale $\boxed{10}$

6. **(2 punti)** Sia $y = g(x)$ l'equazione della retta tangente alla curva C di equazione $y = 8x^5 + \ln(x^8) + 8x$, $x > 0$, nel punto $(x_0, y_0) = (1, 16)$ di C
Allora $g(2)$ vale $\boxed{72}$

- Per ciascuna delle 12 domande : 2 punti o 3 punti o 4 punti, come specificato nel testo, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 16 punti.
- Tempo a disposizione: 2 ore .

ANALISI UNO	Cognome e Nome	Firma
Appello del 20-01-2010		

7. **(4 punti)** Sia $f(x) = x^3 + 6x + 1$, $\forall x \in [0,1]$. Si ponga $[c,d] = \mathrm{im}(f) = f([0,1])$, dove $c < d$.
Sia $g(y) : [c,d] \to \mathbf{R}$ la funzione inversa della funzione $f(x)$. Sia $I = \displaystyle\int_c^d g(y)\,dy$.
Allora $4I + \dfrac{2}{g'_+(c)} + \dfrac{1}{g'_-(d)}$ vale $\boxed{36}$

8. **(2 punti)** Sia $f(x) = 7 + 3x^3 - x^9$, $\forall x \in \mathbf{R}$. Sia x_M l' unico punto di **massimo** relativo della funzione f; sia x_m l'unico punto di **minimo** relativo della funzione f.
Allora $f(x_m) + 2f(x_M)$ vale $\boxed{23}$

9. **(2 punti)** Sia $I = \displaystyle\int_1^{+\infty} \left(\frac{1}{5\pi(1+x^2)} + e^{5-5x} \right) dx$. Allora $\dfrac{5}{I}$ vale $\boxed{20}$

10. **(3 punti)** L' integrale $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{4}{\pi} + x^3 \arctan(4x^2) - 4x \sin(\frac{x}{2}) \right) dx$ vale $\boxed{-24}$

11. **(2 punti)** Sia $u : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, la soluzione del problema di Cauchy:
$xu'(x) - 2u(x) = 8x^4$, $\forall x > 0$; $u(1) = 0$.
Allora $u(2)$ vale $\boxed{48}$

12. **(3 punti)** Sia $y : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la soluzione del problema di Cauchy:
$y''(t) - y(t) = 3t^2$, $\forall t \in \mathbf{R}$; $y(0) = -5$, $y'(0) = -1$.
Allora $y(1) + y'(1)$ vale $\boxed{-15}$

- Per ciascuna delle 12 domande: 2 punti o 3 punti o 4 punti, come specificato nel testo, se la risposta è esatta; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 16 punti.
- Tempo a disposizione: 2 ore.