| ANALISI UNO | Cognome e Nome | Firma |
| --- | --- | --- |
| Appello del 6-09-2010 | | |

1. **(2 punti)** Sia $z = 34 i^{34}\left(1 + \frac{i^{35}}{34}\right)$ Allora $2\,\mathrm{Re}\, z - \mathrm{Im}\, z$ vale $\boxed{-69}$

2. **(2 punti)** Sia $y = g(x)$ l'equazione della retta tangente alla curva $C$ di equazione $y = 3x^3 + \sin(3x+3)$ nel punto $(x_0, y_0) = (-1, -3)$ di $C$.
Allora $g(-2)$ vale $\boxed{-15}$

3. **(4 punti)** Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da : $f(x) = 4\,e^{-4x}, \forall x \leq 0$ ;
$f(x) = 4\,\cos(\frac{1}{2}\,\pi\, x), \forall x > 0$ Sia $s = \sup\{x \in \mathbf{R} : f$ è **iniettiva** in $(-\infty, x)\}$
Allora $f'_+(0) - f'_-(0) + 4\,s$ vale $\boxed{24}$

4. **(3 punti)** $\lim_{x \to 0} \left( \frac{\arctan(24x^3)}{x^2 \sin(3x)} + \frac{1 - \cos(24x^2)}{x^2 \cos(24x)} + \frac{\tan(24x)}{x \ln(e + 24x)} \right) = \boxed{32}$

5. **(3 punti)** Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = 8 \min\,(\cos(\frac{x}{2})\,;\,0) + |x| \arctan(8x^2), \forall x \in \mathbf{R}$,
dove $\min\,(\cos(\frac{x}{2}); 0)$ denota, al variare di $x$, il minimo fra i due valori $\cos(\frac{x}{2})$ e $0$.
Quali delle seguenti proprietà ha la funzione $f$ **in tutto R** ?
A) $f$ è periodica; B) $f$ è derivabile; C) $f$ è continua; D) $f$ è limitata inferiormente;
E) $f$ è limitata superiormente; F) $f$ è dispari; G) $f$ è pari; H) $f$ è monotona.
(N.B. La risposta a questa domanda sarà considerata esatta, se e solo se saranno indicate **tutte e sole** le proprietà che ha effettivamente la funzione $f$, fra quelle riportate qui sopra.)

$\boxed{C - D - G}$

6. **(2 punti)** $\lim_{x \to +\infty} \left( \frac{\ln(1 + 6x^2)}{x^2 \arctan(6x)} + 6\cos(\pi + e^{-6x}) + e^{-\frac{6}{x}} \right) = \boxed{-5}$

---

- Per ciascuna delle 12 domande : 2 punti o 3 punti o 4 punti, come specificato nel testo, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 16 punti.
- Tempo a disposizione: 2 ore .

| A N A L I S I UNO<br>Appello del 6-09-2010 | Cognome e Nome Firma |
|---|---|

7. **(2 punti)** Sia $u : I \to \mathbf{R}$, la soluzione del problema di Cauchy :
$2\,u'(x) + (\,u(x)\,)^3 = 0\,, \forall x \in I\,;\; u(0) = \dfrac{1}{5}$, dove $I$ è un opportuno intorno di $x_0 = 0$
Allora $\dfrac{1}{(\,u(2)\,)^2}$ vale $\boxed{27}$

8. **(3 punti)** Sia $I = \displaystyle\int_{-1}^{1} \left(\,|x|\,\ln(\,|x|^7\,) + x^2\sin(7x^3) - 7\,\right)\,dx$ Allora $2\,I$ vale $\boxed{-35}$

9. **(3 punti)** Sia $y : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la soluzione del problema di Cauchy :
$y''(t) + y(t) = -6\,t^2\,, \forall t \in \mathbf{R}\,;\; y(0) = 12\,, y'(0) = 0$
Allora $y(3)$ vale $\boxed{-42}$

0. **(2 punti)** Sia $f(x) = 4 + x^3 + 3x^2\,, \forall x \in \mathbf{R}$ Siano: $x_m$ l'unico punto di **minimo** della funzione $f$ ; $x_M$ l'unico punto di **massimo** della funzione $f$ ; $x_f$ l'unico punto di **flesso** della funzione $f$ Allora $f(x_M) + 2\,f(x_f) + 3\,f(x_m)$ vale $\boxed{32}$

1. **(4 punti)** Sia $A = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 - 4 \le y \le 3\,(\,2 - |x|\,)\}$ ; sia $B = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : |y| < 1 - |x|\}$
Sia $D = \{(x,y) \in A : (x,y) \notin B\}$ Sia $a(D)$ l'area di $D$
Allora $\dfrac{3\,a(D)}{2}$ vale $\boxed{31}$

2. **(2 punti)** Sia $J = \displaystyle\int_0^{+\infty} \left( x^2 e^{-8x^3} - \frac{1}{8(x+1)^2} \right)\,dx$ Allora $\dfrac{2}{J}$ vale $\boxed{-24}$

---

- Per ciascuna delle 12 domande : 2 punti o 3 punti o 4 punti, come specificato nel testo, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 16 punti.
- **Tempo a disposizione:** 2 ore .