ANALISI UNO	Cognome e Nome Firma
Appello del 25-01-2012	

1. **(3 punti)** Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = 5|x|^{\frac{6}{5}} + \left[\frac{1}{\pi}|\arctan(5x)| - 5\right]$, $\forall x \in \mathbf{R}$, dove, $\forall y \in \mathbf{R}$, $[y]$ denota la **parte intera di** y, cioè il massimo intero minore o uguale di y.
Quali delle seguenti proprietà ha la funzione f **in tutto R** ?
A) f è continua; B) f è periodica; C) f è monotona; D) f è limitata inferiormente;
E) f è limitata superiormente; F) f è pari; G) f è dispari; H) f è derivabile.
(**N.B.** La risposta a questa domanda sarà considerata esatta, se e solo se saranno indicate **tutte e sole** le proprietà che ha effettivamente la funzione f, fra quelle riportate qui sopra.)

$\boxed{\text{A - D - F - H}}$

2. **(3 punti)** $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{4x\,(e^{4x^2}-1)}{(\cos x - 1)\sin(2x)} + \ln(4x^4 + e^{-4}) + x^2\sin\left(\frac{4}{x^2}\right)\right) = \boxed{-20}$

3. **(2 punti)** $\displaystyle\lim_{x\to -\infty}\left(\frac{10}{\pi}\arctan(10x^4) + \frac{10x^8 + x^5 + 10}{1 + 10x^4 + 2x^8} + 10\cos\left(\frac{10x}{10+x^2} - 4\pi\right)\right) =$
$= \boxed{20}$

4. **(2 punti)** Sia $y = g(x)$, $x \in \mathbf{R}$, l'equazione della retta tangente alla curva C di equazione $y = 6x^3 + \cos(6x+6) + \dfrac{6}{x^2}$, $x < 0$, nel punto $(x_0, y_0) = (-1, 1)$ di C.
Allora $g(-2)$ vale $\boxed{-29}$

5. **(2 punti)** Sia $f(x) = \tan(\sin(8x)) - \dfrac{4e^{-8x}}{1+\cos^2 x}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
Allora $f'(0)$ vale $\boxed{24}$

6. **(4 punti)** Sia $A = \{z \in \mathbf{C} : (z + 7 - 7i)^4 + 81 = 0\}$. Siano: $m = \inf\{|z| : z \in A\}$; $M = \sup\{|z| : z \in A\}$. Allora $\sqrt{2}(m+M)$ vale $\boxed{28}$

- Per ciascuna delle 12 domande : 2 punti o 3 punti o 4 punti, come specificato nel testo, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 16 punti.
- **Tempo a disposizione: 2 ore .**

A N A L I S I UNO	Cognome e Nome	Firma
Appello del 25-01-2012		

7. **(2 punti)** Sia $f(x) = 5 - x^2 e^{5x}$, $\forall x \in \mathbf{R}$. Sia x_M l' unico punto di **massimo** relativo della funzione f ; sia x_m l'unico punto di **minimo** relativo della funzione f.
Allora $f(x_M) + \frac{10}{x_m}$ vale $\boxed{-20}$

8. **(2 punti)** Sia $g(x) : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, definita da : $g(x) = 3\,|\,x\,|$, $\forall x \leq 1$; $g(x) = \frac{3}{x^3}$, $\forall x > 1$.
Sia $J = \int_{-1}^{+\infty} g(x)\,dx$. Allora $4\,J$ vale $\boxed{18}$

9. **(4 punti)** Sia $f(x) = \frac{1}{\pi^2}\left(4\pi + \int_{-2\pi}^{x} \operatorname{sign}(\sin t)\,dt\right)$, $\forall x \in \mathbf{R}$,
dove : $\operatorname{sign}(0) = 0$; $\operatorname{sign}(y) = 1$, $\forall y > 0$; $\operatorname{sign}(y) = -1$, $\forall y < 0$.
Allora l'integrale $\int_{-3\pi}^{5\pi} f(x)\,dx$ vale $\boxed{36}$

10. **(3 punti)** Sia $y(t) : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la soluzione del problema di Cauchy :
$y''(t) + y(t) = 1 - 7t$, $\forall t \in \mathbf{R}$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.
Allora $y(\pi) + y'(\pi) + 7\pi$ vale $\boxed{-13}$

11. **(3 punti)** Sia $I = \int_{-2\pi}^{2\pi} \left(x\cos(8\,x^2) + 2 + 8\,x\,\sin(\frac{x}{2})\right)\,dx$.
Allora $\frac{I}{\pi}$ vale $\boxed{72}$

12. **(2 punti)** Sia $u(x) : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, la soluzione del problema di Cauchy :
$x^2\,u'(x) = 6 - x\,u(x)$, $\forall x > 0$; $u(1) = 1$.
Allora $e^6\,u(e^6)$ vale $\boxed{37}$

- Per ciascuna delle 12 domande : 2 punti o 3 punti o 4 punti, come specificato nel testo, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 16 punti.
- **Tempo a disposizione: 2 ore .**