ANALISI UNO	Cognome e Nome	Firma
Appello del 16-02-2012		

1. **(3 punti)** Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, definita da $f(x) = \text{sign}(\cos^2(5x) + \frac{1}{5+x^2}) + 5|\sin(2x)|, \forall x \in \mathbf{R}$,
dove : $\text{sign}(0) = 0$; $\text{sign}(y) = 1, \forall y > 0$; $\text{sign}(y) = -1, \forall y < 0$.
Quali delle seguenti proprietà ha la funzione f **in tutto R** ?
A) f è continua; B) f è derivabile; C) f è monotona; D) f è limitata;
E) f non è limitata; F) f è pari; G) f è dispari; H) f è periodica.
(**N.B.** La risposta a questa domanda sarà considerata esatta, se e solo se saranno indicate **tutte e sole** le proprietà che ha effettivamente la funzione f , fra quelle riportate qui sopra.)

A - D - F - H

2. **(3 punti)** $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\arctan(12x)}{e^{12x}\sin^2 x} + \sqrt{1-\cos(12x)}\cdot\ln(|x|^{12}) + \frac{12(x^2+x^6)}{x^6+2x^2}\right) =$
$=$ 18

3. **(2 punti)** $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln(1+3x^4)}{3+x^2} + 3\tan(\frac{3}{x^2} - \frac{\pi}{4}) + \frac{3x^3+1}{3x^2-x^3}\right) =$ − 6

4. **(2 punti)** Sia $f(x) = \ln(\frac{x}{2}) + 6x + e^{6(x-2)}, \forall x > 0$. Sia g la funzione inversa della funzione f . Allora $\frac{2}{g'(13)}$ vale 25

5. **(2 punti)** Sia $z = \frac{8+i}{1+i}$. Allora $2\,\text{Im}(z) - 4\,\text{Re}(\overline{z})$ vale − 25

6. **(4 punti)** Si considerino, al variare dei parametri a e b in tutto $\mathbf{R}$, le funzioni $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, definite da : $g(x) = 7e^{2x-2} + e^{7x-7}, \forall x \le 1$; $g(x) = ax^3 + bx, \forall x > 1$.
Sia $h : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ **l'unica**, fra tali funzioni, **che appartiene a** $C^1(\mathbf{R})$.
Allora $h(2) - h'(1)$ vale 34

- Per ciascuna delle 12 domande : 2 punti o 3 punti o 4 punti, come specificato nel testo, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 16 punti.
- **Tempo a disposizione: 2 ore .**

ANALISI UNO	Cognome e Nome	Firma
Appello del 16-02-2012		

7. **(2 punti)** Sia $f(x) = 5 - x + 25x^2 - \frac{1}{6}x^4$, $\forall x \in \mathbf{R}$. Sia $I = (c, d)$ **il più grande intervallo di R in cui la funzione** f **è convessa.** Allora $2c - 3d$ vale $\boxed{-25}$

8. **(2 punti)** L'integrale $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(x^4 \sin(3x) - \frac{2}{\pi} - 3\cos(2x) \right) dx$ vale $\boxed{-4}$

9. **(4 punti)** (**N.B.** Si ricordi innanzitutto che, $\forall y \in \mathbf{R}$, $(y)^+$ denota la **parte positiva di** y, **cioè** : $(y)^+ = y$, $\forall y \geq 0$; $(y)^+ = 0$, $\forall y < 0$.) Sia $f(x) = \left| |x - 7| - 4 \right|$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
Allora la somma $\int_{-\infty}^{12} (f'(x))^+ \, dx + \int_4^{12} f(x) \, dx$ vale $\boxed{21}$

10. **(3 punti)** Sia $y : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la soluzione del problema di Cauchy :
$y''(t) + 4y'(t) + 4y(t) = -28$, $\forall t \in \mathbf{R}$; $y(0) = -7$, $y'(0) = 1$.
Allora $e^{-4} - 2y(2) - y'(2)$ vale $\boxed{14}$

11. **(3 punti)** Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da: $g(x) = -1$, $\forall x < -1$; $g(x) = 1 - |x|$, $\forall x \in [-1, 1]$; $g(x) = 1$, $\forall x > 1$. Si consideri la funzione integrale $G_1(x) = \int_1^x g(t) \, dt$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
Allora l'espressione $G_1(-1) \cdot G_1(-8) - G_1(8)$ vale $\boxed{-13}$

12. **(2 punti)** Sia $u : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, la soluzione del problema di Cauchy :
$u'(x) = \frac{x}{u(x)}$, $\forall x \in \mathbf{R}$; $u(0) = 6$.
Allora $(u(-1))^2$ vale $\boxed{37}$

- Per ciascuna delle 12 domande : 2 punti o 3 punti o 4 punti, come specificato nel testo, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 16 punti.
- **Tempo a disposizione: 2 ore .**