A N A L I S I UNO Appello del 08-06-2011	Cognome e Nome Firma

1. **(3 punti)** Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \cos(5x^5) - 5x^3 \mathrm{sign}(5x^5)\,,\forall x \in \mathbf{R}$,
dove: $\mathrm{sign}(0) = 0$; $\mathrm{sign}(y) = 1$, $\forall y > 0$; $\mathrm{sign}(y) = -1$, $\forall y < 0$.
Quali delle seguenti proprietà ha la funzione f **in tutto R** ?
A) f è continua; B) f è derivabile; C) f è monotona; D) f è limitata inferiormente;
E) f è limitata superiormente; F) f è periodica; G) f è dispari; H) f è pari.
(**N.B.** La risposta a questa domanda sarà considerata esatta, se e solo se saranno indicate **tutte e sole** le proprietà che ha effettivamente la funzione f , fra quelle riportate qui sopra.)

A - B - E - H

2. **(3 punti)** $\lim_{x \to 0^+} \left(\sqrt{x}\ln(\frac{12}{x}) + \frac{12x^3 + x^5 + 12x^6}{2x^6 + 12x^4 - x^3} + \frac{\ln(1 - 12x^4)}{x^2 \sin^2 x} \right) =$ -24

3. **(2 punti)** $\lim_{x \to -\infty} \left(x^{10}e^{10x} - 10\sin(\frac{3\pi}{2} + \sin(\frac{10}{x})) + \frac{10x^6 + x^3 + 10}{10 + x^4 + 2x^6} \right) =$ 15

4. **(2 punti)** Sia $f(x) = (\,e^{-6} + 6\sin^2 x\,)^{(\arctan(6x) - x)}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
Allora $f'(0)$ vale -30

5. **(2 punti)** Quante sono le radici **distinte** in **C** dell' equazione algebrica
$(z^{38} - 2z^4)(z^3 + 38z)^2 = 0$? 37

6. **(4 punti)** Sia $f(x) = \min(\,7x + 7\,;\,7 + x^2\,)$, $\forall x \in [-1, 1]$, dove $\min(\,7x + 7\,;\,7 + x^2\,)$ denota, al variare di x in $[-1, 1]$, il minimo fra i due numeri $7x + 7$ e $7 + x^2$. Si ponga $[c, d] = \mathrm{im(f)} =$
$= \mathrm{f}([-1, 1])$, dove $c < d$. Sia $g(y) : [c, d] \to \mathbf{R}$ la funzione inversa della funzione $f(x)$.
Si ponga infine : $J = \int_c^d |\,g(y)\,|\,dy$. Allora $6\,J$ vale 25

- Per ciascuna delle 12 domande : 2 punti o 3 punti o 4 punti, come specificato nel testo, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 16 punti.
- **Tempo a disposizione: 2 ore .**

A N A L I S I UNO Appello del 08-06-2011	Cognome e Nome Firma

7. **(2 punti)** Sia $f(x) = 5 + x^8 - 4x^2$, $\forall x \in \mathbf{R}$. Sia x_M l' unico punto di **massimo** della funzione f ; siano x_1 e x_2 gli unici due punti di **minimo** della funzione f.
Allora $f(x_1) + f(x_2) + 2\,f(x_M)$ vale $\boxed{14}$

8. **(2 punti)** Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da : $g(x) = -x, \forall x < 0;\ g(x) = x\,e^{-3x^2}, \forall x \geq 0$.
Sia $J = \displaystyle\int_{-2}^{+\infty} g(x)\,dx$. Allora $6\,J$ vale $\boxed{13}$

9. **(3 punti)** Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da: $f(x) = 1, \forall x < -1$; $f(x) = x + 1, \forall x \in [-1, 1]$; $f(x) = -1, \forall x > 1$. Si consideri la funzione integrale $F_0(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)\,dt, \forall x \in \mathbf{R}$.
Allora $F_0(-4) + F_0(\frac{3}{2}) + F_0(4)$ vale $\boxed{-4}$

10. **(4 punti)** Sia $y : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la soluzione del problema di Cauchy :
$y''(t) + 7y'(t) = t, \forall t \in \mathbf{R}$; $y(0) = 0$, $y'(0) = -\dfrac{1}{49}$. Siano inoltre :
$r = \inf\{x \in \mathbf{R} : y(t)$ e' monotona in $[x, +\infty)\}$; $s = \sup\{x \in \mathbf{R} : y(x) < 0\}$.
Allora $\dfrac{12}{r + s}$ vale $\boxed{28}$

11. **(3 punti)** Sia $I = \displaystyle\int_{-1}^{1} 8\,(|x|\,e^{-|x|} - 1)\,dx$. Allora $e\,I$ vale $\boxed{-32}$

12. **(2 punti)** Sia $u : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, la soluzione del problema di Cauchy :
$u'(x) = -6\,x\,e^{u(x)}, \forall x \in \mathbf{R}$; $u(0) = 0$. Allora $e^{-u(2)}$ vale $\boxed{13}$

- Per ciascuna delle 12 domande : 2 punti o 3 punti o 4 punti, come specificato nel testo, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 16 punti.
- **Tempo a disposizione: 2 ore .**