A N A L I S I UNO Appello del 27-01-2011	Cognome e Nome Firma

1. **(2 punti)** $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{20x^4+x^2+20}{1+20x^3-4x^4}+\ln(e^{-20}+\frac{20}{x^4})+\frac{\sin(20x^2)}{2x^2}\right) = \boxed{-25}$

2. **(3 punti)** Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da $f(x)=\min(e^{-7x^2}\,;\,e^{-7}x^2)+\arctan(7x^2)\,,\forall x\in\mathbb{R}$, dove, $\forall x\in\mathbb{R}$, $\min(e^{-7x^2}\,;\,e^{-7}x^2)$ denota il minimo fra i due numeri e^{-7x^2} ed $e^{-7}x^2$. Quali delle seguenti proprietà ha la funzione f **in tutto R** ?
A) f è derivabile; B) f è continua; C) f è periodica; D) f è limitata inferiormente; E) f è limitata superiormente; F) f è monotona; G) f è pari; H) f è dispari.
(**N.B.** La risposta a questa domanda sarà considerata esatta, se e solo se saranno indicate **tutte e sole** le proprietà che ha effettivamente la funzione f, fra quelle riportate qui sopra.)
B - D - E - G

3. **(3 punti)** $\lim_{x\to0}\left(\frac{\ln(1+6x^3)}{x\arctan(6x)}+\frac{1-\cos(6x^4)}{x^6(e^x-1)^2}+\frac{6}{\pi}\arctan(\frac{6}{x^2})\right) = \boxed{21}$

4. **(2 punti)** Sia $z=24(e^{24i\pi}+e^{-24i\pi})$. Allora $\mathrm{Re}\,z+2\,\mathrm{Im}\,z$ vale $\boxed{48}$

5. **(4 punti)** Si consideri la successione $\{a_n\}$ definita da: $a_{2m}=3^m(m+1)^{-3}\,,\forall m\in\mathbb{N}$; $a_{2m+1}=(-1)^m\arctan(3\,a_{2m})\,,\forall m\in\mathbb{N}$. Si consideri inoltre la successione $\{b_k\}$ definita da $b_k=a_{5k+1}\,,\forall k\in\mathbb{N}$. Quali delle seguenti proprietà ha la successione $\{b_k\}$?
A) $\{b_k\}$ è limitata inferiormente; B) $\{b_k\}$ è limitata superiormente; C) $\{b_k\}$ è monotona; D) $\{b_k\}$ diverge a $-\infty$; E) $\{b_k\}$ ha una sottosuccessione divergente a $+\infty$; F) $\{b_k\}$ converge a $\frac{\pi}{2}$; G) $\{b_k\}$ è oscillante; H) $\{b_k\}$ ha una sottosuccessione convergente a $-\frac{\pi}{2}$.
(**N.B.** La risposta a questa domanda sarà considerata esatta, se e solo se saranno indicate **tutte e sole** le proprietà che ha effettivamente la successione $\{b_k\}$, fra quelle riportate qui sopra.)
A - E - G - H

6. **(2 punti)** Sia $f(x)=e^{8-8x}-8\ln x-x^5\,,\forall x>0$. Sia g la funzione inversa della funzione f. Allora $\frac{1}{g'(0)}$ vale $\boxed{-21}$

- Per ciascuna delle 12 domande : 2 punti o 3 punti o 4 punti, come specificato nel testo, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 16 punti.
- **Tempo a disposizione: 2 ore .**

A N A L I S I UNO	Cognome e Nome Firma
Appello del 27-01-2011	

7. **(2 punti)** Sia $u(x) : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ la soluzione del problema di Cauchy :
$x^3 u'(x) + x^2 u(x) = 5 , \forall x > 0 ; u(1) = 0$.
Allora $u(\frac{1}{2})$ vale $\boxed{-10}$

8. **(3 punti)** Sia $I = \int_{-\frac{\pi}{7}}^{\frac{\pi}{7}} \left(7x^2 \arctan x - \frac{1}{7} - x \sin(7x) \right) dx$.
Allora $\frac{4\pi}{I}$ vale $\boxed{-49}$

9. **(3 punti)** Sia $y(t) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la soluzione del problema di Cauchy :
$y''(t) + y'(t) = 6 , \forall t \in \mathbb{R} ; y(0) = 2 , y'(0) = 4$.
Allora $y(6) + y'(6)$ vale $\boxed{42}$

10. **(2 punti)** Sia $f(x) = \frac{4}{e} - 5x^2 \ln x , \forall x > 0$. Sia x_M l' unico punto di **massimo** della funzione f . Allora $2e f(x_M)$ vale $\boxed{13}$

11. **(4 punti)** Siano $f_1(x) : [-1, 2] \to \mathbb{R}$ e $f_2(x) : [-1, 2] \to \mathbb{R}$ definite da:
$f_1(x) = \sup \{3t^2 : -1 \le t \le x\} , -1 \le x \le 2$; $f_2(x) = \inf \{3t^2 : -1 \le t \le x\} , -1 \le x \le 2$.
Allora l'integrale $\int_{-1}^{2} (f_1(x) - f_2(x))\, dx$ vale $\boxed{12}$

12. **(2 punti)** Sia $J = \int_1^{+\infty} \left(\frac{8}{1+x^2} + \frac{\pi}{x^3} \right) dx$. Allora $\frac{8J}{\pi}$ vale $\boxed{20}$

- Per ciascuna delle 12 domande : 2 punti o 3 punti o 4 punti, come specificato nel testo, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 16 punti.
- Tempo a disposizione: 2 ore .