Vero o falso

1. f continua in $(0,1)$ allora f derivabile in $x_0 = 0.3$. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

2. f derivabile in $(0,1)$ allora f continua in $x_0 = 0.3$. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

3. f integrabile in $(0,1)$ allora f derivabile in $(0,1)$. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

4. f continua in $[0,1]$ allora f integrabile in $[0,1]$. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

5. f derivabile in $(0,1)$ allora f integrabile in $[1/3, 2/3]$. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

6. f derivabile in $x_0 = 0.3$ allora f continua in $(0,1)$. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

* **7.** $f : (0,+\infty) \to \mathbf{R}$ crescente allora $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

8. $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ pari tale che $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ allora $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

9. Se f è continua in c e $l = \lim_{x\to c^-} f(x) = \lim_{x\to c^+} f(x)$ allora $f(c) = l$. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

10. Se $l = \lim_{x\to c^-} f(x) = \lim_{x\to c^+} f(x)$ allora $l = \lim_{x\to c} f(x)$. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

* **11.** Se $l = \lim_{x\to c^-} f(x) = \lim_{x\to c^+} f(x)$ allora $f(c) = l$. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

* **12.** Se $f(c) = l$ allora $\lim_{x\to c^-} f(x) = l$. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

13. f continua in $(0,1)$ allora f limitata. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

14. Sia $f(x) = 1/x^3$ allora $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ converge. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

15. Sia $f(x) = 1/x^3$ allora $\int_0^2 f(x)\,dx$ converge. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

16. Sia $f : (0,+\infty) \to \mathbf{R}$ continua. Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in (0,+\infty)$ allora $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx = +\infty$. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

* **17.** Sia $f(x) = -1$ se $x \leq 0$ e $f(x) = 1$ se $x > 0$. Esiste $c \in (-1,1)$ tale che $2f(c) = \int_{-1}^1 f(x)\,dx$. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

* **18.** Esiste $c \in (0,3)$ tale che $3f(c) = \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

19. Se f non è derivabile in x_0 allora è discontinua in x_0. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

20. Siano $f(x) = 2\sqrt{x}$ e $g(x) = 1/(x^3 - 1)$. Allora $f(g(x)) = 2/\sqrt{x^3 - 1}$. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

21. Siano $f(x) = 1/(x+2)$ e $g(x)$ tali che $f(g(x)) = x/(3+4x)$. Allora $g(x) = 1/x$. $\boxed{\mathbf{V}}$ $\boxed{\mathbf{F}}$

Risposte multiple

Una sola risposta delle quattro è corretta.

1. Sia f continua in $[1,2]$ e derivabile in $(1,2)$ con $f(1)=3$ e $f(2)=6$. Allora esiste $c \in \mathbf{R}$ tale che $\boxed{\mathbf{a}}$ $f'(c)=2/3$ $\boxed{\mathbf{b}}$ $f'(c)=3/2$ $\boxed{\mathbf{c}}$ $f'(c)=2$ $\boxed{\mathbf{d}}$ $f'(c)=3$.

2. Sia f continua in $[-1,1]$ e derivabile in $(-1,1)$ tale che $f(-1)=1$ e $f(1)=-1$. Allora $\boxed{\mathbf{a}}$ esiste $c \in (-1,1)$ tale che $f'(c)=1$ $\boxed{\mathbf{b}}$ esiste $c \in \mathbf{R}$ tale che $f'(c)=-1$ $\boxed{\mathbf{c}}$ per ogni $c \in (-1,1)$ si ha $f'(c) \neq 0$ $\boxed{\mathbf{d}}$ per ogni $c \in (-1,1)$ si ha $f'(c)=-1$.

3. Sia f continua in $[-1,1]$ e derivabile in $(-1,1)$ e siano $f(-1)=1$ e $f(1)=-1$. Allora $\boxed{\mathbf{a}}$ $f(0)=0$ $\boxed{\mathbf{b}}$ f è dispari $\boxed{\mathbf{c}}$ esiste $c \in (-1,1)$ tale che $f(c)=0$ $\boxed{\mathbf{d}}$ esiste $c \in (-1,1)$ tale che $f'(c)=1$.

* **4.** Se $f'(x)=0$ per ogni $x \in \mathbf{R}$ allora $\boxed{\mathbf{a}}$ $f(x)=0$ per ogni x $\boxed{\mathbf{b}}$ f è dispari $\boxed{\mathbf{c}}$ f è pari $\boxed{\mathbf{d}}$ f è strettamente crescente.

* **5.** Sia $f : [0,1] \to \mathbf{R}$ continua e tale che $f'(x) > 0$ per ogni $x \in (0,1)$. Allora f è $\boxed{\mathbf{a}}$ concava $\boxed{\mathbf{b}}$ integrabile $\boxed{\mathbf{c}}$ convessa $\boxed{\mathbf{d}}$ decrescente.

6. Sia $f : [a,b] \to \mathbf{R}$ convessa con $f(a)=f(b)=0$. Allora $\boxed{\mathbf{a}}$ $\int_a^b f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\mathbf{b}}$ $\int_a^b f(x)\,dx \le 0$ $\boxed{\mathbf{c}}$ $\int_a^b f(x)\,dx > 0$ $\boxed{\mathbf{d}}$ $\int_a^b f(x)\,dx = b-a$.

7. Se $f'(x_0)=0$ allora x_0 è un punto $\boxed{\mathbf{a}}$ di minimo $\boxed{\mathbf{b}}$ di flesso $\boxed{\mathbf{c}}$ critico $\boxed{\mathbf{d}}$ di minimo o di massimo.

8. Sia $f(x)=|x-1|$. Allora $\boxed{\mathbf{a}}$ f è continua in $(-5,5)$ $\boxed{\mathbf{b}}$ f è derivabile in $(-5,5)$ $\boxed{\mathbf{c}}$ $f'(x)=1$ $\boxed{\mathbf{d}}$ $f(-1)=0$.

9. Sia $\lim_{x\to 2} f(x) = 3$. Allora $\boxed{\mathbf{a}}$ $\lim_{x\to 4} f^2(x) = 9$ $\boxed{\mathbf{b}}$ $\lim_{x\to 2} f^2(x) = \sqrt{3}$ $\boxed{\mathbf{c}}$ $\lim_{x\to 2} \sqrt{f(x)}$ non esiste $\boxed{\mathbf{d}}$ nessuna delle precedenti.

10. Sia $f(x)=x$ e sia $c \in \mathbf{R}$ tale che $4f(c) = \int_0^4 f(x)\,dx$. Allora $\boxed{\mathbf{a}}$ $c=0$ $\boxed{\mathbf{b}}$ $c=1$ $\boxed{\mathbf{c}}$ $c=2$ $\boxed{\mathbf{d}}$ $c=3$.

* **11.** Sia $f : [a,b] \to \mathbf{R}$ continua con $f(a)=f(b)=1$. Allora $\boxed{\mathbf{a}}$ esiste $c \in (a,b)$ tale che $f(c)=1$ $\boxed{\mathbf{b}}$ esiste $c \in (a,b)$ tale che $f'(c)=0$ $\boxed{\mathbf{c}}$ esiste $c \in (a,b)$ tale che $f(c)>1$ $\boxed{\mathbf{d}}$ f è integrabile in $[a,b]$.

12. Sia $f : [a,b] \to \mathbf{R}$ crescente con $f(a) > 0$. Allora $\boxed{\mathbf{a}}$ $f(b) < 0$ $\boxed{\mathbf{b}}$ $f(b) < f(a)$ $\boxed{\mathbf{c}}$ $f(b)-f(a) > 0$ $\boxed{\mathbf{d}}$ $f(b)+f(a)=0$.

13. Sia f continua in $[a,b]$. Allora $\boxed{\mathbf{a}}$ esiste $c \in [a,b]$ tale che $f(c) \le f(x)$ per ogni $x \in (a,b)$ $\boxed{\mathbf{b}}$ esiste $c \in (a,b)$ in cui f non è derivabile $\boxed{\mathbf{c}}$ f è invertibile $\boxed{\mathbf{d}}$ nessuna delle precedenti.

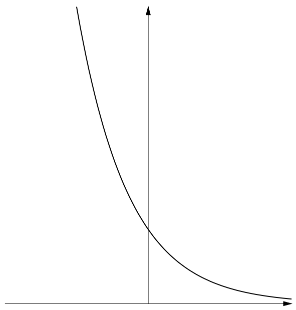
14. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ e x_m un punto di minimo assoluto. Allora $\boxed{\mathbf{a}}$ f è derivabile in x_m e $f'(x_m) = 0$ $\boxed{\mathbf{b}}$ f non è derivabile in x_m $\boxed{\mathbf{c}}$ f è continua in x_m $\boxed{\mathbf{d}}$ $f(x_m) \leq f(0)$.

15. Sia $f : (1, 5) \to \mathbf{R}$ continua. Allora $\boxed{\mathbf{a}}$ f è integrabile in $(1, 5)$ $\boxed{\mathbf{b}}$ f è integrabile in $[2, 4]$ $\boxed{\mathbf{c}}$ f è integrabile in $(1, 4]$ $\boxed{\mathbf{d}}$ nessuna delle precedenti.

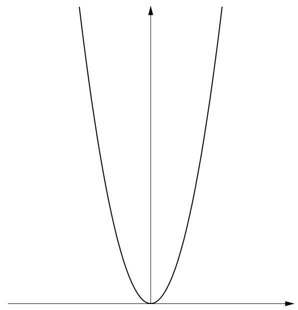
* **16.** Sia $f : (2, 6) \to \mathbf{R}$ continua e crescente. Allora $\boxed{\mathbf{a}}$ f è integrabile in $(2, 6)$ $\boxed{\mathbf{b}}$ f è invertibile $\boxed{\mathbf{c}}$ f è limitata $\boxed{\mathbf{d}}$ f ha un massimo e un minimo in $(2, 6)$.

Grafici qualitativi

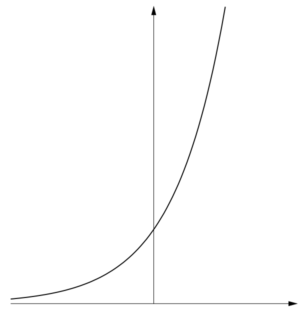
1. Qual è tra e seguenti il grafico della funzione $f(x) = 2^{-x}$.



$\boxed{\mathbf{a}}$



$\boxed{\mathbf{b}}$

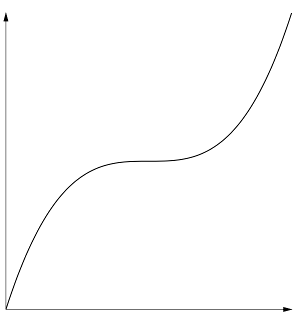


$\boxed{\mathbf{c}}$

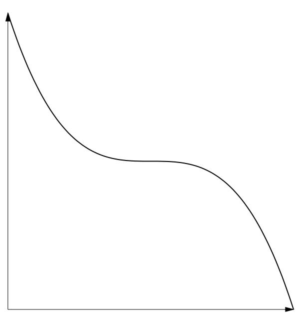
2. La figura [**1**] (a fondo pagina) è il grafico di una funzione $\boxed{\mathbf{a}}$ invertibile e pari $\boxed{\mathbf{b}}$ invertibile e dispari $\boxed{\mathbf{c}}$ non invertibile e pari $\boxed{\mathbf{d}}$ non invertibile e dispari.

3. La figura [**2**] (a fondo pagina) è il grafico di $\boxed{\mathbf{a}}$ $f(x) = x^2 - 3$ $\boxed{\mathbf{b}}$ $f(x) = -x^2 - 3$ $\boxed{\mathbf{c}}$ $f(x) = x^2 + 3$ $f(x) = -x^2 + 3$.

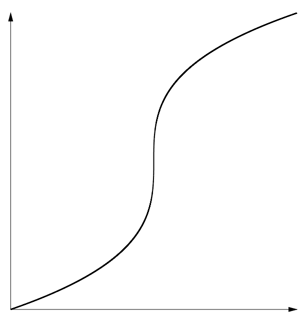
4. La figura [**3**] (a fondo pagina) è il grafico dell' inversa di



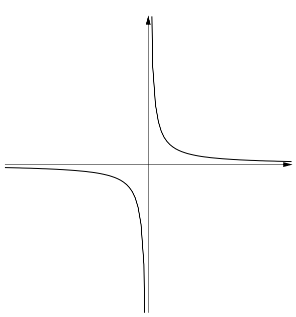
$\boxed{\mathbf{a}}$



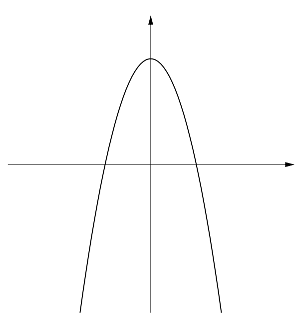
$\boxed{\mathbf{b}}$



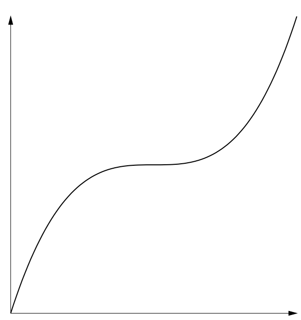
$\boxed{\mathbf{c}}$



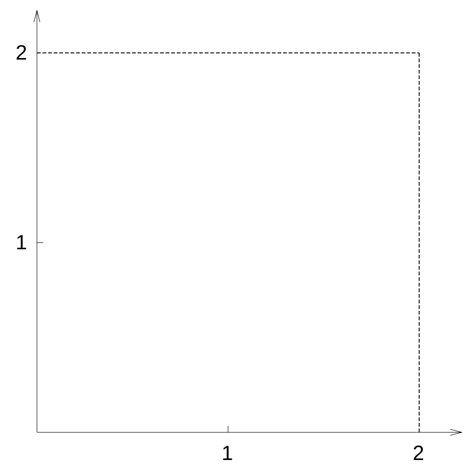
[**1**]



[**2**]



[**3**]



5. Sia $f : [0,2] \to \mathbf{R}$ la funzione $f(x) = x^4/8$ Trovare la sua inversa f^{-1}. Tracciare (nel riquadro sopra) un grafico qualitativo della funzione f e della sua inversa f^{-1}.

6. Sia $g : [0,3] \to \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } 0 \le x < 1 \\ 1 - x & \text{se } 1 \le x \le 2 \\ x - 3 & \text{se } 2 < x \le 3 \end{cases}$$

Tracciarne un grafico e determinare l'immagine, gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di minimo e di massimo (relativo e assoluto), i punti di discontinuità, i punti di non derivabilità.