

A1. I. Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{3}{n^{3+\alpha}}$

II. Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente integrale converge $\int_3^{+\infty} \frac{x^\alpha + k}{x^3 + 3} dx$

A2. Calcolare $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^n e^{-5x} dx$.

A3. Sia $f(x) = -2 + x^4 - 2x^3$ e sia x_f il punto stazionario di flesso di f . Calcolare $f(x_f)$.

A4. Calcolare l'integrale $\int_0^{7\pi} 7 \cos^2(7x) \sin(7x) dx$.

A5. Sia $F(x) = \int_0^x 2e^{t^2} dt$. Scrivere il polinomio di McLaurin P_2 di ordine 2 per F .

A6. Si scriva l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = e^{x^2} + \arctan(5x) + 1$ nel punto di ascissa $x = 0$.

A7. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'(x) = 3\sqrt{x}u(x) & \text{in } (0, +\infty) \\ u(0) = 1. \end{cases} \quad \text{$$

A8. Si calcoli $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arctan(x-1)}{2 \sin(x) - 2}$.

A9.* Trovare le soluzioni complesse dell'equazione $|z|^2 z - 3\bar{z} = 0$.

A10. Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 5^{-x} - x^5}{x^2 - 5}$.

B1.* Sia $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $u(x) = \int_0^x u(t) dt + 1$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Allora per ogni $x \in \mathbb{R}$ A $u(x) = \sin(x)$ B $u(x) = e^x$ C $u(x) = x$ D $u(x) = \arctan(x)$.

B2.* Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $(f(x) - f(y))(x - y) \geq 0$ per ogni $x, y \in \mathbb{R}$. Allora A f è continua B f è derivabile con $f' \geq 0$ C f è costante D f è monotona.

B3. Sia $f \in C^0([0, 1])$ tale che $f(0)f(1) = 0$. Allora A f ammette massimo e minimo in $[0, 1]$ B $f \geq 0$ in $[0, 1]$ C $\exists c \in (0, 1)$ tale che $f(c) = 0$ D $\exists c \in [0, 1]$ tale che $f'(c) = 0$.

B4. Siano f una funzione monotona crescente e g una funzione monotona decrescente. Allora $h = g \circ f$ A è monotona crescente B è limitata C è monotona decrescente D è convessa.

B5. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione limitata. Allora $g = |f|$ è una funzione A integrabile in $(0, +\infty)$ B limitata C derivabile D continua ma non derivabile.

B6. Sia $f : (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$ con $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ ed $L \in \mathbb{R}$. Allora A $L \leq 0$ B $L = 0$ C $L > 0$ D $L \geq 0$.

B7. Sia $f(x) = (e^x - 1) \sin x$. Allora in un intorno di $x = 0$ A f è monotona crescente B f è convessa C f è monotona decrescente D f è concava.

B8. Sia F una primitiva di f . Allora A $\int F(x) dx = f(x)$ B f è derivabile C f' è continua D $(F(x) + 3)' = f(x)$.

B9. Sia $w \in \mathbb{C}$ dato da $w = i^{-k}$ dove $k \in \mathbb{N}$ è un numero dispari. Allora A $|w| > 1$ B $Re(w) = 0$ C $|w| < 1$ D $Im(w) = 0$.

B10. Sia a_n una successione di numeri reali tale che $\sup a_n = 0$. Allora A a_n è limitata B $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$ C $\forall \varepsilon > 0$ esiste \bar{n} tale $a_{\bar{n}} > -\varepsilon$ D $\forall \varepsilon > 0$ vale $a_n > -\varepsilon$.

Soluzioni della prova del 14/07/14

Parte A

A1. $\alpha > -3$ e $\alpha < 2$

A2. $1/5$

A3. -2

A4. $2/3$

A5. $P_2(x) = 2x$

A6. $y = 5x + 2$

A7. $u(x) = e^{2x^{3/2}}$

A8. 0

A9. $0, \pm\sqrt{3}$

A10. $+\infty$

Parte B

B1. B

B2. D

B3. A

B4. C

B5. B

B6. D

B7. B

B8. D

B9. B

B10. C