

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Numero di matricola: \_\_\_\_\_ Firma: \_\_\_\_\_

---

**Esercizi 1–6: 5 punti ciascuno.** Scrivere le risposte nei riquadri predisposti. Si tiene esclusivamente conto della risposta riportata. Non vengono assegnati punteggi parziali.

---

1. Si hanno 120 grammi complessivi di due sostanze, il 30% dei quali è costituito dalla sostanza  $A$ . Vogliamo formare una miscela di  $A$  e  $B$ , formata per il 25% di  $A$  e contenente tutta la  $B$  che si ha a disposizione. Quanti grammi di  $A$  avanzeranno ?

2. Per quali valori reali dei parametri  $a$  e  $b$  la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 4 + a & x < 0 \\ x^2 + bx + 2a + 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 2b & x > 1 \end{cases}$$

risulta continua su tutta la retta reale ?

---

3. Calcolare la derivata della funzione  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{\cos x} + e^{3x^6}$ .

4. Calcolare  $y(-2)$ , dove  $y(x)$  è la funzione che soddisfa

$$\begin{cases} y'(x) = -2y(x) \\ y(2) = 1. \end{cases}$$

5. Dire se il sistema lineare

$$\begin{cases} 6x + 3y = 9 \\ 8x + 4y = 12 \end{cases}$$

ammette un'unica soluzione, infinite soluzioni o nessuna soluzione.

---

6. Calcolare  $\sum_{n=0}^{+\infty} 3 \frac{(-1)^n}{2^n}$ .

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1.  2.  3.  4.  5.  6.  Tot. p.1:

---

(continua)

---

---

**Esercizi 7–10: 10 punti ciascuno.** Per ogni esercizio risolto, barrare la corrispondente casella riportare il procedimento e la risposta finale su un foglio allegato (se la casella non è barrata, all'esercizio vengono assegnati zero punti). Possono essere assegnati punteggi parziali, tenendo conto sia del procedimento che della correttezza dei calcoli (se manca il procedimento, all'esercizio relativo vengono assegnati zero punti).

---

---

7. Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{8x^2 - 8}.$$

- a) Precisarne il dominio e i limiti agli estremi del dominio.
- b) Dire dove  $f(x)$  è crescente e dove è decrescente.
- c) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow -5} f(x)$ .

---

8. Le popolazioni  $A$  e  $B$  hanno crescita esponenziale. La popolazione  $A$  raddoppia in 400 anni e la popolazione  $B$  raddoppia in 300 anni. Si indichi con  $A_0$  e  $B_0$  il numero degli individui al tempo  $t = 0$  delle popolazioni  $A$  e  $B$ , rispettivamente.

- a) Scrivere le formule che esprimono il numero degli individui delle due popolazioni al generico istante  $t$ .
- b) Supponendo che  $A_0 = 2B_0$ , dire in quale istante  $\bar{t}$  si avrà che le due popolazioni hanno lo stesso numero di individui.

---

9. Sapendo che  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1$ , calcolare  $\int_{-\infty}^{+\infty} 2e^{-\frac{x^2}{2}} 3x^2 dx$ .

---

10. Si consideri la funzione

$$f(x) = (x - 3)^3 + 5.$$

- a) Studiare  $f(x)$  (dominio, limiti agli estremi del dominio, crescita/decrescenza, estremi relativi, concavità, flessi).
- b) Calcolare massimo e minimo assoluto di  $f(x)$  in  $[2, 4]$ .

---

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 7.  8.  9.  10.  Tot. p.1:  Totale:

---