

Cognome e nome: _____

Numero di matricola: _____ Firma: _____

Esercizi 1–6: 5 punti ciascuno. Scrivere le risposte nei riquadri predisposti. Si tiene esclusivamente conto della risposta riportata. Non vengono assegnati punteggi parziali.

1. La popolazione A ha un numero di individui pari al 30% del numero degli individui della popolazione B . Al termine di un certo intervallo di tempo, la popolazione B è diminuita del 10% e la popolazione A è rimasta invariata. Calcolare la percentuale di A rispetto a B .

2. Dire se il seguente sistema lineare ammette un'unica soluzione, infinite soluzioni o nessuna soluzione (nel primo caso, calcolare la soluzione):

$$\begin{cases} 3x + 15y = 0 \\ 2x + 10y = 1 \end{cases}$$

3. Determinare il valore del parametro k in corrispondenza del quale la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{kx} & x > 2 \\ 18x & x \leq 2 \end{cases}$$

risulti continua su tutta la retta reale.

4. Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$

5. Calcolare $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^6$ e $(2i)^6$.

6. Calcolare $y(4)$, dove $y(x)$ è la funzione che soddisfa

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{1}{4}y(x) \\ y(0) = \frac{1}{3}e^2. \end{cases}$$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1. 2. 3. 4. 5. 6. Tot. p.1:

(continua)

Esercizi 7–10: 10 punti ciascuno. Per ogni esercizio risolto, barrare la corrispondente casella riportare il procedimento e la risposta finale su un foglio allegato (se la casella non è barrata, all'esercizio vengono assegnati zero punti). Possono essere assegnati punteggi parziali, tenendo conto sia del procedimento che della correttezza dei calcoli (se manca il procedimento, all'esercizio relativo vengono assegnati zero punti).

7. Tenendo conto che la funzione

$$f(x) = \frac{x^3}{8 - 2x^2}$$

è dispari,

- a) precisarne il dominio e i limiti agli estremi del dominio,
- b) determinarne gli eventuali asintoti,
- c) dire dove $f(x)$ è crescente e dove è decrescente,
- d) dire dove $f(x)$ ha concavità verso l'alto e e dove ha concavità verso il basso.

8. Una popolazione ha crescita esponenziale. Sapendo che essa si riduce ad $1/4$ in 5 anni e che il numero di individui all'istante iniziale era di 128 000 unità, calcolare il numero di individui dopo 15 anni.

9. Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_0^{\pi/2} \cos^2 x \, dx \qquad 4 \int_1^2 x \ln x \, dx$$

10. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = 3 + |x^2 - 1|.$$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 7. 8. 9. 10. Tot. p.1: Totale:
